

Σοφία Λαμπροπούλου,
Καθηγήτρια ΕΜΠ



Χρίστος
Παπακυριακόπουλος
ΕΜΠ

22 Δεκεμβρίου 2014

Αδριανή Νικολακοπούλου,
ΥΔ Παν. Ιωαννίνων

Βιογραφικά στοιχεία



Αθήνα, 16 Ιουνίου 1914 – Princeton, 29 Ιουνίου 1976



Ο πατέρας του
Δημήτριος Παπακυριακόπουλος
(φωτ. 1909).

Έμπορος υφασμάτων

"Ο Μικρός Οίκος" (Petite Maison)
Δ. ΠΑΠΑΚΥΡΙΑΚΟΠΟΥΛΟΣ
ΕΡΜΟΥ 85 ΑΘΗΝΑΙ"

*Αρχείο Αικατερίνης Παπακυριακοπούλου – Παπαγεωργίου
(βιβλίο Ε. Σπανδάγου: «Χρίστος Παπακυριακόπουλος, ο ερημίτης του Πρίνστον»)*



Ο Δημήτριος Παπακυριακόπουλος (στη μέση της 1^{ης} σειράς)
με τα μέλη του Εμπορικού Συλλόγου Αθηνών
(Φωτ. 1936).

*Αρχείο Αικατερίνης Παπακυριακοπούλου – Παπαγεωργίου
(βιβλίο Ε. Σπανδάγου: «Χρίστος Παπακυριακόπουλος, ο ερημίτης του Πρίνστον»)*



Οι γονείς του Δημήτριος και Ζωή
(φωτ. 1913).

*Αρχείο Αικατερίνης Παπακυριακοπούλου – Παπαγεωργίου
(βιβλίο Ε. Σπανδάγου: «Χρίστος Παπακυριακόπουλος, ο ερημίτης του Πρίνστον»)*



Ο Χρίστος (δεξιά) και ο αδελφός του Νίκος
(φωτ. 1917).

*Αρχείο Αικατερίνης Παπακυριακοπούλου – Παπαγεωργίου
(βιβλίο Ε. Σπανδάγου: «Χρίστος Παπακυριακόπουλος, ο ερημίτης του Πρίνστον»)*



*Αρχείο Αικατερίνης Παπακυριακοπούλου – Παπαγεωργίου
(βιβλίο Ε. Σπανδάγου: «Χρίστος Παπακυριακόπουλος, ο ερημίτης του Πρίνστον»)*



*Αρχείο Αικατερίνης Παπακυριακοπούλου – Παπαγεωργίου
(βιβλίο Ε. Σπανδάγου: «Χρίστος Παπακυριακόπουλος, ο ερημίτης του Πρίνστον»)*

Οικία: Υπατίας και Απόλλωνος, Πλάκα

Πατρικό μητέρας: Θρασυβούλου 2, Χαλάνδρι

(αργότερα μόνιμη κατοικία του)



Παιδεία

1927 - 1932: Βαρβάκειος Σχολή

Μεγάλη κλίση στα μαθηματικά

Σπουδές:

1932 - 1933: Σχολή Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ

1933: Μετεγγραφή στην Φυσικομαθηματική Σχολή του Παν/μίου Αθηνών μετά από προτροπή του καθηγητή και μέντορά του **Νικολάου Κριτικού**



Ν. Κριτικός

D. Hilbert

Κ. Καραθεοδωρή

Νικόλαος Κριτικός (1894 - 1986)

- **1894:** Γεννήθηκε στην Κωνσταντινούπολη
- Σπούδασε στην Αθήνα, Göttingen, Ζυρίχη
- **1920:** Διδακτορικό από Πανεπιστήμιο Ζυρίχης
- **1920-1922:** Συνεργασία με Καραθεοδωρή (Πανεπιστήμιο Σμύρνης)
- **1928:** Καθηγητής Μαθηματικών ΑΠΘ
- **1933:** Καθηγητής Ανωτέρων Μαθηματικών ΕΜΠ
- **1935:** Απολύθηκε μετά το βενιζελικό κίνημα αλλά επαναπροσελήφθη στο τέλος του έτους
- **1946:** Απόλυση
- **1951:** Επαναπροσληψη
- **1947-1952:** Εργασία στο Γαλλικό Ινστιτούτο
- **1962:** Παραίτηση από ΕΜΠ
- **1964:** Αντιπρόεδρος Παιδαγωγικού Ινστιτούτου
- **1967:** Κατάργηση Παιδαγωγικού Ινστιτούτου
- **Ερευνητικό έργο:** Ανάλυση
- Ένθερμος υποστηρικτής της δημοτικής και μεγάλη συμβολή στη διαμόρφωση της μαθηματικής ορολογίας στα νέα Ελληνικά

1933 – 1937 (Μαθηματικό Παν. Αθηνών)

- Παρακολουθούσε το ερευνητικό σεμινάριο του καθηγητή Π. Ζερβού
- Επικεντρώνεται στην Γεωμετρική Τοπολογία από εργασία του Ν. Κριτικού (Δελτίο ΕΜΕ 1936)
«Το Θεώρημα του Jordan περί επιπέδων κλειστών γραμμών»
- Διαβάζει το βιβλίο “**Topologie**” των P. Alexandroff και H. Hopf (επιστολή προς Alexandroff)
- Συζητούσε με Νικόλαο Κριτικό, Παναγιώτη Ζερβό, Νικόλαο Χατζιδάκη και Νείλο Σακελλαρίου
- **1937:** Γνωριμία με Κ. Καραθεοδωρή, αποφοίτηση με άριστα

Από το βιβλίο Ε. Σπανδάγου: «Χρίστος Παπακυριακόπουλος, ο ερημίτης του Πρίνστον»

Αλληλογραφία Καραθεοδωρή

"Μόναχον 6 Αύγουστου 1937
Rauchstrasse 8

Άγαπητέ κ. Παπακυριακόπουλε,

Μετά μεγάλου ενδιαφέροντος μελέτησα τήν ἐργασίαν σας τήν ὁποίαν μοί προσφέρατε κατά τήν πρόσφατον ἐπίσκεψίν μου εἰς τάς Ἀθήνας. Πρόκειται περί ἐργασίας συντεταγμένης ὄχι μόνον μέ τρόπον ἐπιστημονικώτατον, ἀλλιά εἶναι καί συντεταγμένη με ποιήτην σαφήνειαν. Ἡ πορεία τήν ὁποίαν χρησιμοποιεῖτε εἶναι αὐστηρή, κομψή καί ἴλιαν πρωτότυπος. Ὁ κλάδος τόν ὁποῖον ἐπιηέξατε προσφέρεται διὰ μεγάλης ἐρεύνας.

Σᾶς συμβουλεύω νά μεταβεῖτε διὰ μεταπτυχιακᾶς σπουδᾶς εἰς τάς Η.Π.Α. Σέ ποιητά Πανεπιστήμια τῆς χώρας αὐτῆς, ἡ τοπολογική ἔρευνα εὐρίσκεται εἰς ἴλιαν ἀξιόλογα ἐπίπεδα. Ἄν ὑποβήθητε δείνμα ἐρνασιῶν σας, ἡ πρόσκλησίς σας εἶναι δεδομένη.

Σᾶς συγχαίρω διὰ τήν μεγάλην ἐπιτυχίαν σας.

μέ ποιήτην φιλήλιαν
Κ. Καραθεοδωρῆ"

"Μόναχον 15 Δεκεμβρίου 1937
Rauchstrasse 8

Άγαπητέ κ. Σακελληαρίου,

Χθές ἔλαβον τήν ἐπιστολήν σας τῆς 22 Νοεμβρίου. Χαίρομαι ὅτι εἴσθε καλή

Ὁ νεαρός φοιτητής Χρῆστος Παπακυριακόπουλος εἶναι ὄντως πολὺ συμπαθῆς. Εἰς τάς Ἀθήνας ἦλθε ἴνα μέ συμβουλήθη. Διέκρινα ἀμέσως ὅτι εἶναι προικισμένος μέ ἐξαιρετική μαθηματική διαίσηση. Ἔχει τήν ἱκανότητα νά θέτει διαφόρους θεωρητικές ὑποθέσεις, νά τίς ἐπιβεβαιῶνει καί νά τάς ἀναγάγει εἰς ἄληλιαν.

Τοῦ ὑπέδειξα νά μεταβεῖ εἰς τάς Ἴνωμένες Ποιητείας τῆς Ἀμερικῆς, διὰ μεταπτυχιακᾶς σπουδᾶς.

Εἴμεθα πρὸς τό παρόν ὄλιο καλή καί σᾶς παρακαλῶ ἀπό καιροῦ εἰς καιρόν νά μέ δίδετε εἰδήσεις σας.

Μέ ποιήτην ἀγάπην
καί φιλήλιαν
Κ. Καραθεοδωρῆ"

Στοιχεία προσωπικότητας

- Είχε πάθος για τα μαθηματικά
- Είχε μεγάλη μουσική παιδεία και αγάπη για το θέατρο
- Ήταν φιλικός, ευγενικός, δημοκρατικός, αξιοπρεπής, ευπροσήγορος, ήπιος
- Είχε ευαισθησία, συναίσθημα, προσήλωση στις παραδόσεις
- Δε δημιουργούσε εύκολα φιλίες, ολιγόλογος, νευρώδης, ιδιόρρυθμος
- *“Δεν θέλω να χάσω την ανεξαρτησίαν μου και την πλήρη ελευθερίαν την οποίαν έχω τώρα, τα οποία είναι και η βάση της ευτυχίας μου και της ζωής μου”*

Φίλοι

- Δημήτρης Παπακυριακόπουλος, εξάδελφος
- Γεώργιος Παπαγιαννακόπουλος, δικηγόρος (γείτονας)
- Σοφοκλής Κυριαζάκος, δικηγόρος (του ανέθεσε την διαχείριση της περιουσίας του)
- Κώστας Μαυρομμάτης, πολιτικός μηχανικός (συμμαθητής), σύζυγος της ηθοποιού Ασπασίας Παπαθανασίου
- Γιώργος Σεβαστίκογλου, σκηνοθέτης, σύζυγος της συγγραφέως Άλκης Ζέη

Δημοσιεύσεις στο Δελτίο της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας

- 1) «Περί μιας δείκτριας των επιπέδων κλειστών καμπυλών του Jordan»
 - α) Δελτίο ΕΜΕ, Τόμος ΙΗ' – Α', Β', Γ' (1938).
 - β) Revue Mathematique de l'Union interbalkanique (Π. Ζερβού)

- 2) «Περί μιας αποδείξεως του Θεωρήματος του Jordan διατας ομονύμους επίπεδους κλειστάς καμπύλας»
Δελτίο ΕΜΕ, Τόμος ΙΘ'. – Α' (1938).

- 3) «Περί των κλειστών καμπυλών του Jordan του χώρου R_n »
Δελτίο ΕΜΕ, Τόμος ΙΘ'. Β', Γ' (1939).

Ελληνική - Γερμανική

Bulletin de la Société Mathématique de Grèce t. XVIII 1, 2, 2.

ΔΕΛΤΙΟΝ

ΤΗΣ

ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ

ΤΟΜΟΣ ΙΗ΄. — Α΄. Β΄. Γ΄.



C

Κ. ΠΑΠΑΚΥΡΙΑΚΟΠΟΥΛΟΥ

ΠΡΩΤΗ ΜΗΔΕ ΜΕΤΡΗΣΙΑ ΤΩΝ ΕΡΕΥΝΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ
ΚΑΤΑΡΤΙΣΕΩΝ ΤΗΣ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ



ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ
ΤΥΠΟΣ ΑΘΑΝΑΣΙΟΥ ΠΑΠΑΣΠΥΡΟΥ
Όδ. Αίμα — Τηλ. Καλλιθέα
1938

*Εἰς τὸν Σεβαστὸν Καθηγητὴν
κ. Κ. Καραθεοδωρῆ.
ὡς ἰδοῦναι Μεγίστην Σεβαστοῦ.
καὶ Προσῶν Ἐπιμελητῆ.
Χ. Παπακυριακόπουλος
Ἀθήναι, 14. Σεπ. 1938.*

Από το βιβλίο Ε. Σπανδάγου: «Χρῖστος Παπακυριακόπουλος, ο ερημίτης του Πρίνστον»

ΠΕΡΙ ΜΙΑΣ ΑΠΟΔΕΙΞΕΩΣ ΤΟΥ ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ
ΤΟΥ JORDAN ΔΙΑ ΤΑΣ ΟΜΩΝΥΜΟΥΣ ΕΠΙΠΕΔΟΥΣ
ΚΛΕΙΣΤΑΣ ΚΑΜΠΥΛΑΣ ¹⁾

²⁾Υπό Χ. ΠΑΠΑΚΥΡΙΑΚΟΠΟΥΛΟΥ (έν Ἀθήναις)

Ἡ παροῦσα ἐργασία εἶναι συνέχεια τῆς ὑπὸ τὸν τίτλον «Περὶ μιᾶς δεικτρίας τῶν ἐπιπέδων κλειστῶν καμπύλων τοῦ Jordan»³⁾. Ἐνταῦθα ἀναπτύσσομεν μίαν ἀπόδειξιν τοῦ θεωρήματος τοῦ Jordan, βασίζοντες αὐτὴν ἐπὶ τῆς ἀναφερθείσης «Δεικτρίας». Εἶναι ἀπαραίτητον ὁ ἀναγνώστης νὰ γνωρίζῃ τὰ ὅσα ἐκεῖ ἀνεφέραμεν καὶ τὰ ὁποῖα θὰ ὑποθέσωμεν ἐδῶ ὡς γνωστά. Ὅσαίς εἰς τὰ ἐπόμενα παραπέμπομεν εἰς τὴν «Δεικτριαν», θὰ ἐννοοῦμεν τὴν ὡς ἄνω ἐργασίαν.

Λήμματα

1. Ἐστῶσαν κλειστὴ καμπύλη τοῦ Jordan C καὶ τυχούσα ἄλλη ἀνοικτὴ συνεχῆς καμπύλη C' μὲ ἄκρα M, N , μὴ ἔχουσα κοινὸν σημεῖον μετὰ τῆς πρώτης. Τὰ σημεῖα M, N θὰ εἶναι ἀμφοτέρω ἢ ἐσωτερικὰ ἢ ἐξωτερικὰ τῆς καμπύλης C .

⁴⁾Ἀπόδειξις: Θεωροῦμεν πολυγωνικὴν γραμμὴν $M, M_1, M_2, \dots, M_n, N$, ἔχουσαν τὰς κορυφὰς αὐτῆς ἐπὶ τῆς καμπύλης C' καὶ μὴ ἔχου-

1) Δι' ἄλλας ἀποδείξεις τοῦ αὐτοῦ θεωρήματος ἢ ἀναπτύξεις παρομοίων ζητημάτων βλέπε:

α') E. Schmidt «Über einen Beweis des Jordanschen Satzes». Sitz. B. d. Preuss. Akad. d. Wiss. (1923).

β') Kerékjártó, B. ss., Vorlesungen über Topologie S. (Berlin 1923).

γ') L. E. J. Brouwer «Beweis des Jordanschen Kurvensatzes. Math. Ann. 69(1910), S. 169—175.

δ') C. Carathéodory «Ueber die gegenseitige Beziehung der Ränder bei der Konformen Abbildung des Inneren einer Jordanschen Kurve auf einen Kreis» Math. Ann. 73 (1913), S. 314—320.

ε') N. Κοιτικὸς «Τὸ θεώρημα τοῦ Jordan περὶ ἐπιπέδων κλειστῶν γραμμῶν». Δελ. Ε. Μ. Ε., ΙΖ'—Α' (1936), Σ. 4—25.

2) Χ. Παπακυριακόπουλος «Περὶ μιᾶς δεικτρίας τῶν ἐπιπέδων κλειστῶν καμπύλων τοῦ Jordan». Δελ. Ε. Μ. Ε., ΙΗ'—Α', Β', Γ' (1938), Σ. 84.

σαν κοινὸν σημεῖον μετὰ τῆς C'). Ὀνομάζομεν u, u_1 δύο ἡμιευθείας ἔχουσας ἄκρα M, M_1 , παραλλήλους καὶ ὁμορρόπους καὶ τοιαύτας ὥστε ἢ u νὰ διέρχεται διὰ τοῦ M_1 . Τότε, ὡς εὐκόλως φαίνεται, ἔχομεν $\xi_u = \xi_{u_1}$ ⁵⁾. Ἄρα, συμφώνως πρὸς τοὺς ὁρισμοὺς 7 τῆς «Δεικτρίας», τὰ σημεῖα M, M_1 εἶναι ἀμφοτέρω ἢ ἐσωτερικὰ ἢ ἐξωτερικὰ τῆς καμπύλης C . Ἀναλόγως ἀποδεικνύομεν καὶ ὅτι, δύο τυχούσαι διαδοχικαὶ κορυφαὶ τῆς θεωρηθείσης πολυγωνικῆς γραμμῆς εἶνε ἀμφοτέρω ἢ ἐσωτερικαὶ ἢ ἐξωτερικαὶ τῆς καμπύλης C . Ἄρα τὸ ζήτημα ἀπεδείχθη ὁ. ἔ. δ.

2. Ἐστῶσαν C_1, C_2, C_3 τρεῖς ἀνοικταὶ καμπύλαι τοῦ Jordan, ἔχουσαι ἀνά δύο μόνον τὰ ἄκρα αὐτῶν A, B κοινά. Θέτομεν $C' = C_1 + C_2, C'' = C_1 + C_3$ καὶ $C = C_2 + C_3$.

Ι. Ἐὰν σημεῖον O δὲν ἀνήκῃ εἰς οὐδεμίαν τῶν καμπύλων C_1, C_2, C_3 , καὶ εἶναι ἐσωτερικὸν μιᾶς τῶν C, C', C'' , θὰ εἶναι ἐσωτερικὸν μιᾶς τῶν δύο ἄλλων καὶ ἐξωτερικὸν τῆς τρίτης. Ἐστὼ ὅτι τὸ σημεῖον O εἶναι ἐσωτερικὸν τῆς C . Ἐκ τούτου φέρομεν τυχούσαν ἡμιευθεῖαν u τοιαύτην ὥστε, αὕτη καὶ ἡ ἀντίθετός της νὰ μὴ διέρχωνται δι' οὐδενὸς τῶν σημείων A, B . Διὰ τὰς γραμμὰς C, C', C'' καὶ τὴν ἡμιευθεῖαν u , συμφώνως πρὸς τὰ ἐν 3, 7 τῆς «Δεικτρίας» ἔχομεν:

$$\xi_u = \xi_{2u} + \xi_{3u} + 2\Lambda = 2K + 1 \quad (1)$$

$$\xi'_u = \xi_{1u} + \xi_{2u} + 2\Lambda', \quad \xi''_u = \xi_{1u} + \xi_{3u} + 2\Lambda'' \quad (2)$$

Ἐκ τῶν (1), (2) συνάγομεν⁶⁾:

$$\xi_u + \xi''_u = 2\xi_{1u} + 2(\Lambda' + \Lambda'') + 2(K - \Lambda) + 1$$

Ὅθεν οἱ ἀριθμοὶ ξ_u, ξ''_u εἶναι ἑτεροεῖδεις καὶ ἐπομένως, συμφώνως πρὸς τὰ ἐν 7 τῆς «Δεικτρίας», τὸ ζήτημα ἀπεδείχθη.

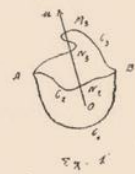
II. Παραδεχόμεθα ὅτι, ὑπάρχει σημεῖον O ἐσωτερικὸν τῶν καμπύλων C', C'' καὶ ὅτι, δυνάμεθα νὰ φέρωμεν ἐξ αὐτοῦ ἡμιευθεῖαν u , μὴ ἔχουσαν κοινὸν σημεῖον μετὰ τῆς καμπύλης C , καὶ τοιαύτην ὥστε, ἢ ἀντίθετός της νὰ μὴ διέρχεται δι' οὐδενὸς τῶν σημείων A, B . Ἐκ τῶν ὑποθέσεων τούτων θὰ ἔξαγάγωμεν μερικὰς προτάσεις χρησίμους διὰ τὰ ἐπόμενα.

α') Διὰ τὴν ἡμιευθεῖαν u καὶ τὰς καμπύλας C_2, C_3 ἔχομεν τὰς σχέσεις:

1) Τοῦτο εὐκόλως ἐπιτυγχάνεται, ὡς γνωστὸν.

2) Ἴδε τὰ περὶ «Δεικτρίας».

3) Ὑπενθυμίζομεν ἐνταῦθα ὅτι, οἱ ἀριθμοὶ $K, \Lambda, \Lambda', \Lambda''$ εἶναι ἀκέραιοι.



ΜΕΡΟΣ Α΄.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΚΛΕΙΣΤΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ ΤΟΥ JORDAN ΤΟΥ ΧΩΡΟΥ R_n

ὑπὸ Χ. ΠΑΠΑΚΥΡΙΑΚΟΠΟΥΛΟΥ Ἐν Ἀθήναις.

Εἰς προηγουμένην ἐργασίαν ¹⁾ ἀνεπτύξαμεν τὸ θεώρημα τοῦ Jordan διὰ τὰς ἐπιπέδους κλειστάς καμπύλας. Τὸ ὡς ἄνω θέμα δύναται νὰ γενικευθῇ καὶ εἰς τὸν χώρον τῶν n διαστάσεων R_n κατὰ δύο διαφόρους τρόπους.

Κατὰ πρῶτον, ἂν θεωρήσωμεν σφαῖραν τινὰ Σ τοῦ R_n ²⁾ αὕτη, ὡς εὐκόλως φαίνεται, ὀρίζει εἰς τὸν χώρον δύο χωρία X_1, X_2 τὸ ἐν ἔσωτερικὸν τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας καὶ περατωμένον τὸ δὲ ἄλλο ἔξωτερικὸν αὐτῆς καὶ ἀπέρατον καὶ ἐπὶ πλέον τὰ χωρία ταῦτα ἔχουν κοινὸν σύνορον τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας Σ . Κατόπιν τούτων, δύναται νὰ τεθῇ τὸ πρῶτον πρόβλημα: Ἔστω S τυχοῦσα τοπολογικῆ εἰκὼν σφαίρας Σ τοῦ χώρου R_n . Ὅριζει ἡ ἐπιφάνεια S εἰς τὸν χώρον R_n , δύο χωρία X_1, X_2 μὴ ἔχοντα κοινὸν σημεῖον, τὸ ἐν περατωμένον, τὸ δὲ ἔτερον ἀπέρατον καὶ ἔχοντα κοινὸν σύνορον τὴν ἐπιφάνειαν S :

Ἄν τώρα θεωρήσωμεν μίαν ἐπίπεδον κλειστὴν καμπύλην τοῦ Jordan J εἰς τὸν χώρον τῶν 3 διαστάσεων R_3 , δυνάμεθα νὰ ὀρίσωμεν δύο κατηγορίας εὐθειῶν Δ_1, Δ_2 ὡς ἑξῆς: Εἰς τὴν κατηγορίαν Δ_1 ἀνήκουν πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι a_1 τοῦ χώρου, αἱ μὴ κείμεναι ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου E τῆς καμπύλης καὶ τέμνουσαι αὐτὸ εἰς σημεῖον P_1 ἔσωτερικὸν τῆς J . Εἰς τὴν κατηγορίαν Δ_2 ἀνήκουν κατὰ πρῶτον, πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι a_2 , αἱ μὴ κείμεναι ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου E καὶ τέμνουσαι

1) Χ. Παπακυριακόπουλον «Περὶ μιᾶς δεικτικῆς τῶν ἐπιπέδων κλειστῶν καμπύλων τοῦ Jordan». Δελτίον Ε.Μ.Ε., Τ. ΙΗ'—Α', Β', Γ', Σ. 84—92 καὶ «Περὶ μιᾶς ἀποδείξεως τοῦ θεωρήματος τοῦ Jordan διὰ τὰς ὁμώνυμους ἐπιπέδους κλειστάς καμπύλας», Δελτίον Ε.Μ.Ε., Τ. ΙΘ'—Α', Σ. 44—54.

2) Τοῦτο σημαίνει τὸ σύνολον τῶν σημείων (x_1, x_2, \dots, x_n) τῶν πληροῦντων τὴν σχέσιν $(x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 + \dots + (x_n - a_n)^2 = r^2$. Τὸ σημεῖον (a_1, a_2, \dots, a_n) ὀνομάζεται κέντρον τῆς σφαίρας, ὃ δὲ ἀριθμὸς r , ἀκτίς αὐτῆς. Τὴν σφαῖραν Σ , ἂν $n > 3$, τὴν καλοῦμεν πολλακίς καὶ ὑπερσφαῖραν.

¹⁾ Ἐτυπώθη τῇ 10/12/1938.

Δισέλιδη κριτικὴ ἀπὸ Κ.
Καραθεοδωρῆ
Zentralblatt für Mathematik, 21
(1939), pp 428-429.

“Ἡ μέθοδος καὶ ἡ πορεία τις ὁποῖες
χρησιμοποιεῖ ὁ συγγραφέας εἶναι
μέχρι τὴν τελευταία τους
λεπτομέρεια αυστηρές καὶ κομψές
καὶ λίαν πρωτότυπες.”

“Σεβαστέ μου Καθηγητά κύριε
Καραθεοδωρῆ,
.... Ἡ κριτικὴ σας μου δίδει τὴν
δύναμην νὰ συνεχίσω τὴν ἐρευναν.
Αποτελεῖ ἰδιαιτέραν τιμὴν δι’ ἐμέ
το γεγονὸς ὅτι ἀσχοληθήκατε με
τὴν ἐργασίαν μου.

Με πολλὴν ἐκτίμησιν,
Χ. Παπακυριακόπουλος”

Ἀπὸ το βιβλίον Ε. Σπανδάγου: «Χρῆστος Παπακυριακόπουλος, ὁ ερημίτης τοῦ Πρίνστον»

Εργασία στο Ε.Μ.Π.

(Παράλληλα με διδακτορική διατριβή)

1939 – 1940: Εργασία ως άμισθος βοηθός του Ν. Κριτικού στην Α' έδρα Ανωτέρων Μαθηματικών

«Η συμπεριφορά του ήταν η καλύτερη δυνατή. Ήταν ήρεμος και κατανοητός. Μπορούσε να συζητά απορίες για ώρες ολόκληρες» (Ν. Κριτικός)

Νοέμβριος 1940 – Απρίλιος 1941: **Αλβανικό μέτωπο,**
πολέμησε στην πρώτη γραμμή ως τυφεκιοφόρος
με ανδρεία και αυταπάρηση



Με τον
αδελφό του Νίκο
1940

2-I-41



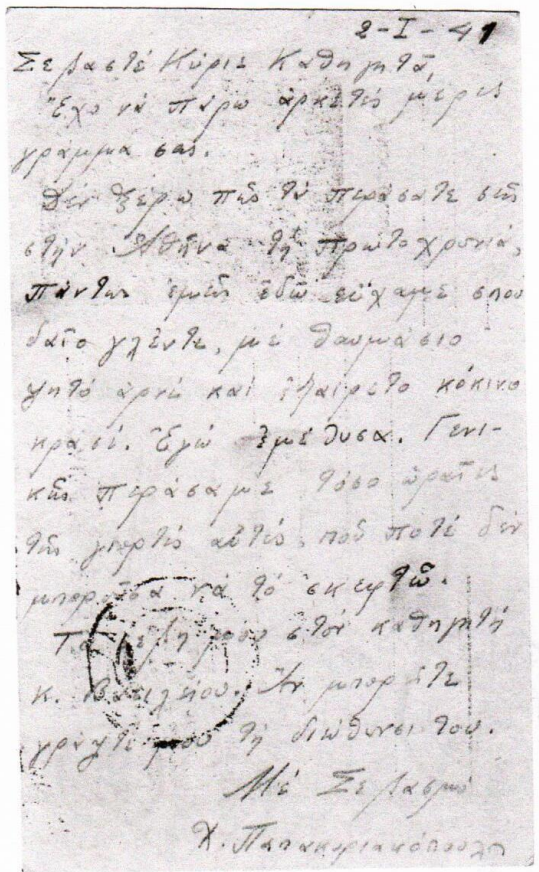
Σεβαστέ Κύριε Καθηγητά,
 Έχω να πάρω αρκετές μέρες
 γράμμα σας.

Δεν ξέρω πως τα περάσατε
 σεις στη Αθήνα τη πρωτοχρονιά,
 πάντως εμείς εδώ είχαμε
 σπουδαίο γλέντι με θαυμάσιο
 ψητό αρνί και εξαίρετο κόκκινο
 κρασί. Εγώ εμέθυσα. Γενικώς
 περάσαμε τόσο ωραία τις γιορτές
 που δεν μπορούσα να το σκεφτώ.

Τα σέβη μου στον καθηγητή κ.
 Βασιλείου. Αν μπορείτε γράψτε
 μου τη διεύθυνσή του.

Με σεβασμό

Χ. Παπακυριακόπουλος



10/2/1941 Επιστολή προς Ν. Κριτικό

Σεβαστέ Κυρία Καθηγήτρια, 10-ΙΙ-41

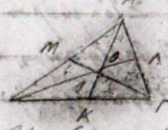
Σε ό,τι αφορά τον γραμμάτιο που γράψατε σχετικά με την εργασία μου περί των ελλείψεων των σημείων K και L στην περίπτωση των τριγώνων ABC , έχω την τιμή να σας ευχαριστήσω για την απάντησή σας και να σας ενημερώσω ότι έχω λάβει υπόψη μου τα σημεία αυτά και έχω διορθώσει την εργασία μου.

Σε ό,τι αφορά την εργασία μου περί των σημείων K και L στην περίπτωση των τριγώνων ABC , έχω την τιμή να σας ενημερώσω ότι έχω λάβει υπόψη μου τα σημεία αυτά και έχω διορθώσει την εργασία μου. Η εργασία μου περιλαμβάνει την απόδειξη ότι τα σημεία K και L είναι σημεία των ελλείψεων των τριγώνων ABC και ότι τα σημεία K και L είναι σημεία των ελλείψεων των τριγώνων ABC . Η εργασία μου περιλαμβάνει την απόδειξη ότι τα σημεία K και L είναι σημεία των ελλείψεων των τριγώνων ABC .

Εάν εσείς επιθυμείτε να μου στείλετε την εργασία μου, παρακαλώ να μου στείλετε την εργασία μου.

Σε ό,τι αφορά την εργασία μου περί των σημείων K και L στην περίπτωση των τριγώνων ABC , έχω την τιμή να σας ενημερώσω ότι έχω λάβει υπόψη μου τα σημεία αυτά και έχω διορθώσει την εργασία μου.

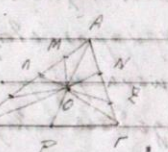
Η εργασία μου περιλαμβάνει την απόδειξη ότι τα σημεία K και L είναι σημεία των ελλείψεων των τριγώνων ABC . Η εργασία μου περιλαμβάνει την απόδειξη ότι τα σημεία K και L είναι σημεία των ελλείψεων των τριγώνων ABC .



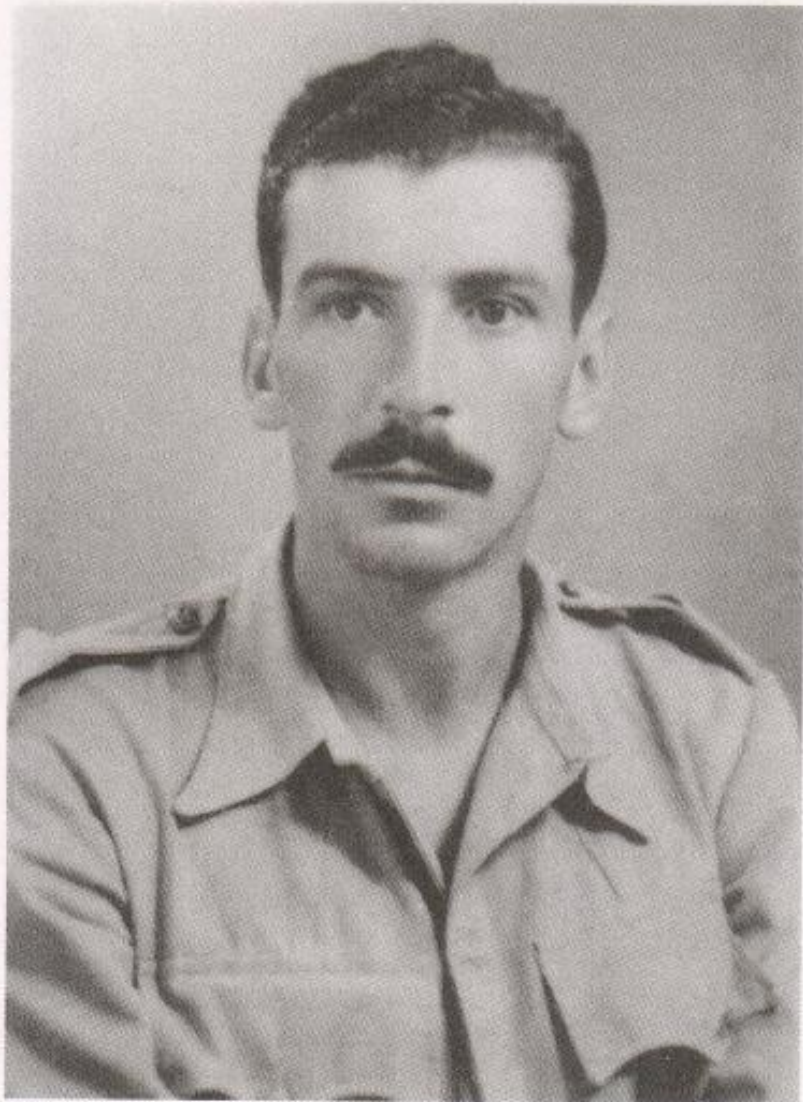
Η εργασία μου περιλαμβάνει την απόδειξη ότι τα σημεία K και L είναι σημεία των ελλείψεων των τριγώνων ABC . Η εργασία μου περιλαμβάνει την απόδειξη ότι τα σημεία K και L είναι σημεία των ελλείψεων των τριγώνων ABC .

Εάν εσείς επιθυμείτε να μου στείλετε την εργασία μου, παρακαλώ να μου στείλετε την εργασία μου. Η εργασία μου περιλαμβάνει την απόδειξη ότι τα σημεία K και L είναι σημεία των ελλείψεων των τριγώνων ABC .

Η εργασία μου περιλαμβάνει την απόδειξη ότι τα σημεία K και L είναι σημεία των ελλείψεων των τριγώνων ABC . Η εργασία μου περιλαμβάνει την απόδειξη ότι τα σημεία K και L είναι σημεία των ελλείψεων των τριγώνων ABC .



Η εργασία μου περιλαμβάνει την απόδειξη ότι τα σημεία K και L είναι σημεία των ελλείψεων των τριγώνων ABC . Η εργασία μου περιλαμβάνει την απόδειξη ότι τα σημεία K και L είναι σημεία των ελλείψεων των τριγώνων ABC .



Νίκος Παπακυριακόπουλος 1915 – 1944

Έπεσε πολεμώντας στη μάχη του
Ρίμινι στην Ιταλία

Ο αδελφός του Νίκος Παπακυριακόπουλος
(φωτ. 1940).

*Αρχείο Αικατερίνης Παπακυριακοπούλου – Παπαγεωργίου
(βιβλίο Ε. Σπανδάγου: «Χρίστος Παπακυριακόπουλος, ο ερημίτης του Πρίνστον»)*

Εργασία στο Ε.Μ.Π.

(Παράλληλα με διδακτορική διατριβή)

Οκτώβριος 1941: Διορισμός ως έκτακτος άμισθος επιμελητής επί διετή θητεία με πρόταση του Νίκου Κριτικού

Συμφωνεί με το διάγγελμα του Ε.Α.Μ., λαμβάνει μέρος σε διάφορες αντιστασιακές δράσεις

1942: Διορισμός ως επιμελητής στην έδρα Μαθηματικών του Ν. Κριτικού με διετή θητεία – παρατάθηκε έως **Αύγουστο 1945**

Οργάνωση στο Ε.Α.Μ. Ε.Μ.Π. μαζί με τον Ν. Κριτικό, άρνηση να καταγεί ως αξιωματικός στον Ε.Λ.Α.Σ.

Διδακτορική διατριβή

Οκτώβριος 1943: Διδακτορική διατριβή,
Φυσικομαθηματική Σχολή του Παν/μίου Αθηνών,

*«Περί μιας νέας μεθόδου αποδείξεως του
αναλλοιώτου των ομολογικών συμπλεγμάτων ενός
συμπλόκου»*

Διατριβή επί Διδακτορία

- Εισηγητές Κ. Καραθεοδωρή, Π. Ζερβός, Ν. Κριτικός
- Πρώτη ελληνική εργασία στην αλγεβρική τοπολογία

Εκτύπωση 100 αντιτύπων (154 σελίδες) στο τυπογραφείο των Α. Σιδέρη
και Γ. Μπάντη στην οδό Βερανζέρου

Δελτίο ΕΜΕ, Τόμος ΚΒ' – Α', Β'

Bulletin de la Société Mathémat. de Grèce t. XXII 1, 2

ΔΕΛΤΙΟΝ
ΤΗΣ
ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ

ΤΟΜΟΣ ΚΒ' - Α', Β'

Χ. ΠΑΠΑΚΥΡΙΑΚΟΠΟΥΛΟΥ

ΠΕΡΙ ΜΙΑΣ ΝΕΑΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΑΠΟΔΕΙΞΕΩΣ
ΤΟΥ ΑΝΑΛΛΟΙΩΤΟΥ ΤΩΝ ΟΜΟΛΟΓΙΚΩΝ
ΣΥΜΠΛΕΓΜΑΤΩΝ ΕΝΟΣ ΣΥΜΠΛΟΚΟΥ

ΔΙΑΤΡΙΒΗ ΕΠΙ ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΑ

Υποβληθεῖσα εἰς τὴν Μαθηματικὴν Σχολὴν Πανεπιστημίου Ἀθηνῶν
κατὰ Ὀκτώβριον 1943

ΑΘΗΝΑΙ
ΤΥΠΟΓΡΑΦΕΙΟΝ Α. ΣΙΔΕΡΗ & Γ. ΜΠΑΝΤΗ
ΒΕΡΑΝΖΕΡΟΥ 24

1943

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΠΕΡΙ ΜΙΑΣ ΝΕΑΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΑΠΟΔΕΙΞΕΩΣ ΤΟΥ ΑΝΑΛΛΟΙΩΤΟΥ ΤΩΝ ΟΜΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΥΜΠΛΕΓΜΑΤΩΝ ΕΝΟΣ ΣΥΜΠΛΟΚΟΥ

ὑπο Χ. ΠΑΠΑΚΥΡΙΑΚΟΠΟΥΛΟΥ (Ἐν Ἀθήναις)

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Εἰς τὴν παρούσαν ἐργασίαν ἀναπτύσσομεν μίαν μέθοδον ἀποδείξεως τοῦ ἀναλλοιώτου τῶν ὁμολογικῶν συμπλεγμάτων ἑνὸς συμπλόκου (Homologiegruppen eines Komplexes) καὶ τῶν ἀναλλοιώτων τοῦ ἀμιγθοῦς (Reinheit), τοῦ συνόρου αὐτοῦ, τῆς κλειστῆς ψευδοπολλαπλότητος (geschlossene Pseudomannigfaltigkeit) καὶ τοῦ προσανατολισμοῦ αὐτῆς, ὅπως διάφορον τῆς μεθόδου τὴν ὁποίαν ἀκολουθοῦν εἰς τὸ βιβλίον τους «Lehrbuch der Topologie» οἱ κ. κ. Seifert - Threlfall, βλ. σελ. 92-129.

Ἐπειδὴ πρὸ τριῶν ἐτῶν, ὅποτε διὰ πρώτην φοράν ἐπεξεργασάμεθα τὸ ὡς ἄνω θέμα, συνηγήσαμεν δυσκολίας εἰς δύο σημεία, εἰς τὴν ἔρηναν τοῦ ὡς ἄνω θέματος, κατὰ τὴν μέθοδον τὴν ὁποίαν ἐκθέτομεν ἔνταῦθα, ἠναγκάσθημεν νὰ περιορίσωμεν τὴν ἔρηναν μας κατὰ πρῶτον εἰς σύμπλοκα 2-διαστάσεως. Καθὼς ὁμως τελευταίως παρετηρήσαμεν, μὲ μερικὰς μετατροπὰς, αἱ εἰς τὴν παρούσαν ἐργασίαν ἀναπτυσσόμεναι διὰ σύμπλοκα 2-διαστάσεως ἰδέαι καὶ μέθοδοι, γενικεύονται καὶ διὰ σύμπλοκα n -διαστάσεως ἔνθα $n > 2$. Ἐλπίζομεν δὲ εἰς μίαν νέαν ἐργασίαν νὰ ἀναπτύξωμεν τὰς ἰδέας καὶ μεθόδους τῆς παρουσῆς ἐργασίας καὶ διὰ σύμπλοκα n -διαστάσεως.

Ἡ κατωτέρω ἐργασία χωρίζεται εἰς ἑπτὰ μέρη. Εἰς τὴν § 1 ἐκθέτομεν ὄρισμους τινὰς ἀπαραιτήτους διὰ τὴν παρούσαν ἐργασίαν, ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον γνωστούς. Οὗτοι γενικεύονται χωρὶς δυσκολίαν καὶ εἰς τὸν n -διάστατον χῶρον.

Πολιτική δράση

Ανήκε πολιτικά στο χώρο της αριστεράς

Στο δημοψήφισμα του 1935 ψήφισε ενάντια στην επάνοδο του Γεωργίου Β' και το χαρακτήρισε νόθο

Κατοχή: Μετατροπή του υπογείου του σπιτιού της οδού Υπατίας σε καταφύγιο και σε τόπο συνεδριάσεων αντιστασιακών οργανώσεων

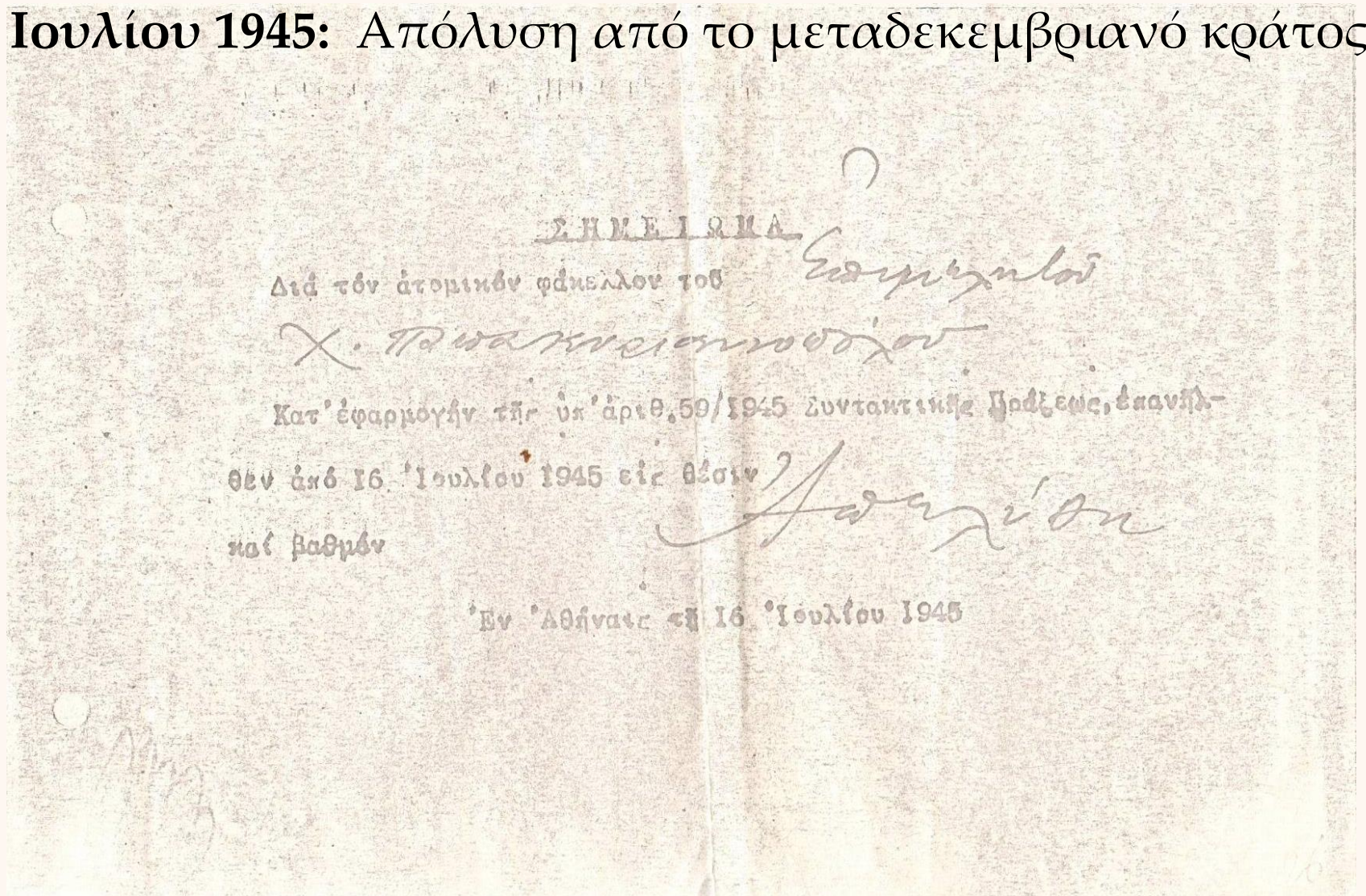
3 Δεκεμβρίου 1944: Συμμετοχή στο συλλαλητήριο που είχε οργανώσει το Ε.Α.Μ.

25 Δεκεμβρίου 1944: Εγκατάλειψη Αθήνας και αποχώρηση για την ύπαιθρο με τους αντάρτες

- Διδασκαλία αριθμητικής για δύο μήνες σε Δημοτικό σχολείο στην Καρδίτσα

Φεβρουάριος 1945: Επιστροφή στην Αθήνα με τη Συνθήκη της Βάρκιζας

16 Ιουλίου 1945: Απόλυση από το μεταδεκεμβριανό κράτος



Εργασία στο Ε.Μ.Π.

30 Οκτωβρίου 1945: Επαναπρόσληψη από τον πρύτανη διότι θεωρούνταν απαραίτητος

1946: Υποβάλλει την παραίτησή του, η οποία γίνεται δεκτή, προκειμένου να αποφύγει οριστική παύση από το Υπ. Παιδείας (κατόπιν εντολής της ασφάλειας)

1946: Απόλυση Ν. Κριτικού από το μεταδεκεμβριανό κράτος

Το 1946 ντάβαγε παραίτηση από το Πολε-
χνίκο, αφού ταλαιωρήθηκε από το μισό του
μηνιά του κρότος. Η ανδραγάθη ανδρική
και ο ποταμός σου, όπως γίνονταν τότε μες από
Ελλάδα της Κρητικής;

Ο Χ. Παπακωνσταντίνου από τον Οκτώβριο του
1941 διορίζεται μες από τον Ν. Κρητικό στην
αίχμηρα άμεσος εφορευτής, επί της Διεύθυν-
σης. Το 1942 διορίζεται εφορευτής στην έδρα των
μεσίων, που σκαίρει ο Ν. Κρητικός μες από
Ελλάδα, ενώ η η η μεζού παραμένει μέχρι
την Αύγουστο του 1945.

Δεν φρόχαιβε να υπακούσει η Θυσία σου, κατόπιν
16 Ιουλίου 1945 άποχεται, από το μισό του
μηνιά του κρότος, από αδρόα ανήκει μερικών
βυρμωτά της Βασιλείας, έχοντας άποχεται στην
Αντιβασίλειο άποχεται, μες από τη γαμ-
μα της Ε.Α.Μ. της Αντιβασίλειο.

Γιατί ο Ν. Κρητικός και ο Χ. Παπακωνσταντίνου
έχουν από τους άποχεται διότι ο Ν. Κρητικός
χύνει από την έδρα του άποχεται στην έδρα της
γαμμάς άποχεται άποχεται, μες από Ε.Α.Μ. Ρομίου
έδρα άποχεται άποχεται, από τον άποχεται, χύνει από
της από Ρομίου άποχεται μες από Οκτώβριο 1945, γιατί
θυσία άποχεται άποχεται.

Τι
Το 1946 υποβάλλει την παραίτησή του η οποία γίνε-
ται άποχεται. Αυτό έγινε γιατί, όπως και για τον Ν.
Κρητικό, άποχεται άποχεται άποχεται άποχεται
σε όλη την άποχεται άποχεται ο Χ. Παπακων-
στατίνου άποχεται ο Ν. Κρητικός, άποχεται άποχεται
από τον Χ. Παπακων, άποχεται άποχεται άποχεται, άποχεται
έδρα άποχεται άποχεται.

Ομοίως προγραμματικά έγινε άποχεται μες από 1946 μες από Ν. Κρη-
τικό, άποχεται άποχεται άποχεται άποχεται άποχεται.

Αυτή η διώξη, αυτή η άποχεται άποχεται άποχεται
να, από άποχεται άποχεται άποχεται, μες από Ε.Α.Μ.
γίνε, άποχεται με Ε.Α.Μ. να άποχεται μες από άποχεται
τη άποχεται άποχεται άποχεται μες από άποχεται.

Ο Χ.Π. είχε άποχεται άποχεται άποχεται άποχεται
σε μες από Princeton, άποχεται άποχεται άποχεται
να άποχεται άποχεται άποχεται άποχεται. Έχοντας άποχεται
σε άποχεται άποχεται άποχεται άποχεται άποχεται άποχεται
άποχεται ο Χ.Π. άποχεται μες από άποχεται άποχεται.

Παντελής Ρόκος (1911 – 1995)



1931: Εισήχθη στη Μαθηματική Σχολή του Παν/μίου Αθηνών

1939 – 1941: Καθηγητής στην ιδιωτική εκπαίδευση

1941 – 1944: Έντονη αντιστασιακή δράση

1954: Διδάκτορας Παν/μίου Αθηνών

1961: Εκλέγεται Καθηγητής του Παν/μίου Θεσ/νίκης

1966: Έδρα Ανωτέρων Μαθηματικών Ε.Μ.Π.

1967: Τέθηκε σε διαθεσιμότητα

Μεταπολίτευση: Επανέρχεται στην έδρα του

Ερευνητικά ενδιαφέροντα: Άλγεβρα

1948: Θάνατος πατέρα του



Princeton

Σεπτέμβριος 1949: Αναχώρηση για Princeton
(πρόσκληση από **Ralph Fox**)

Φεβρουάριος 1950: Αναγκαστική επιστροφή
λόγω ασθένειας της μητέρας του

Ιούλιος 1950: Θάνατος της μητέρας του



Princeton

Μόνιμη εγκατάσταση το Νοέμβρη 1952

Photo credit: Princeton Mathematics Department, 1958.



**Princeton, 1958. Left to right:
H. Trotter, Chih-Han Sah, L. Neuwirth,
R. Fox, C. Papakyriakopoulos, and
J. Stallings.**



Ο Χρίστος Παπακυριακόπουλος
(φωτ. 1953)

*Αρχείο Αικατερίνης Παπακυριακοπούλου – Παπαγεωργίου
(βιβλίο Ε. Σπανδάγου: «Χρίστος Παπακυριακόπουλος, ο ερημίτης του Πρίνστον»)*

Ακαδημαϊκή καριέρα στο Princeton

Νοέμβριος 1952- Ιούνιος 1955: Θέση Επισκέπτη
Καθηγητή στο Τμήμα Μαθηματικών του Princeton



Καλοκαίρι 1954: Επεξεργασία πρώτης εργασίας **'On the ends of knots groups'**

Δημοσίευση Σεπτέμβριος 1955 στο **Annals of Mathematics**

ON THE ENDS OF KNOT GROUPS

By C. D. PAPA KYRIAKOPOULOS

ANNALS OF MATHEMATICS
Vol. 62, No. 2, September, 1955
Printed in U.S.A.

ANNALS OF MATHEMATICS
Vol. 62, No. 2, September, 1955
Printed in U.S.A.

ON THE ENDS OF KNOT GROUPS

By C. D. PAPA KYRIAKOPOULOS

(Received January 28, 1955)

§1. Introduction

As far as the ends of a space or of a group are concerned see H. Freudenthal [3]¹, [4], H. Hopf [5] especially No. 16, p. 96 and E. Specker [12] p. 320. See also §3 of this paper.

All 3-dimensional manifolds in the present paper are connected and are supposed to be considered with a fixed triangulation. This is not at all a restriction of generality according to E. E. Moise's work [8].

In the present paper S means the 3-sphere and K a polygonal knot in it. In his thesis E. Specker [12] p. 329 proved the following: The conjecture that *the knot space $S - K$ is aspherical* is equivalent to the conjecture that *the knot group $\pi_1(S - K)$ has one or two ends*. So naturally the question arises: When has $\pi_1(S - K)$ one and when does it have two ends? It seems to be reasonable that the answer should be: $\pi_1(S - K)$ has *two ends* if and only if K is *algebraically unknotted*, i.e., $\pi_1(S - K)$ is *free cyclic*.

The present paper developed from an attempt to prove asphericity for knots and to clarify when a knot group has one or two ends. Unfortunately a solution of the problem of asphericity of knots escaped us. But on the other hand the basic character for our work of this problem is apparent, for in order to clarify when a knot group has one or two ends it is necessary to assume asphericity.

The main result of this paper is: *If asphericity of knots holds, then a knot group has one or two ends according as the knot is algebraically knotted or unknotted*. This result is an easy consequence of Theorems 1 and 2, and is proved in §4, where also the different notions of knottedness are explained.

As for Theorem 2, which is explained in §3, we have to notice that its proof is based on two theorems of J. H. C. Whitehead contained in his papers [15] and [16]. However, in proving Theorem 1, which is also explained in §3, a preparatory work was needed. The proof is based on Corollary 2, explained in §2, and the main lemma, explained in §3. Both are based on Lemmas 1 and 2, and Corollary 1, explained in §2.

The author of the present article would like to express his gratitude to the Mathematical Department of Princeton University, which, by giving him the privileges of a Visiting Fellow, enabled him to use the facilities of the Fine Hall Library and to attend the lectures of the Department, especially those of Professors R. H. Fox and N. E. Steenrod. The author is especially indebted to Professor R. H. Fox whose experience on 3-dimensional space was most valuable. In the §§2 and 3 of the present paper some simplifications, suggested by Professor R. H. Fox, have been incorporated.

¹ Numbers in brackets refer to the bibliography at the end of the paper.

Princeton, 27 Σεπτεμβρίου 1953

Σε βεβαιότ' Κύριε Κεράματά,

Σα στείλω τας εφορτώτερες σχέσεις μου σ'αυτὸν τὸ Νέον ἔτος ἔργων εἶχα ἴσως Χριστουγέννων. Τῆς παραμονῆς τοῦ Ἰαννου ἔβην εἰς εὐαγγεῖον τῶν Professor Fox, ὅπου ἔβην ἡ Κυρία Fox ἡ Professor Fox καὶ ἐν τῇ ὕλην με ἀποφασιστικῶς ἴσως πρὸς τὸν ἑαυτῶν, μετὰ τὴν ἔκδοσιν ἔχει σχετικῶς ὁ Professor Fox ὅταν ἐπιβουλεύσῃ εἰς ὕλην ὕλην πρὸς διόριστον.

Τὸ ἀπογευματινὸν καὶ ἴσως τὰς ἀφῆρα τῶν Χριστουγέννων ἐπέβην εἰς τὸ εὐαγγεῖον δύο κινεμά με ἀποφασιστικῶς, ἐπὶ ἀφῆρα καὶ ἐπὶ ἄλλων, ὅ ὅτι κατὰ τὴν ἑαυτῶν εἰς ἕνα χωρὶς ἀπὸ τῆς ὕλης τῶν Princeton. Ἐπὶ τὴν ἀπογευματινὴν καὶ μετὰ τὴν ἀπογευματινὴν τῶν ἀπογευματινῶν τῶν ἰδιοκτητῶν καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῶν Professor Fox εἶχα τὴν ἑαυτῶν εἰς τὴν ἑαυτῶν ἑαυτῶν ἑαυτῶν καὶ τῶν ἑαυτῶν ἑαυτῶν, ἐπὶ τῶν ἑαυτῶν ἑαυτῶν καὶ τῶν ἑαυτῶν ἑαυτῶν, ἐπὶ τῶν ἑαυτῶν ἑαυτῶν καὶ τῶν ἑαυτῶν ἑαυτῶν.

Τῶρα ἔρχεται εἰς τὸ κεντρικὸν μέρος τῶν ἑαυτῶν ἑαυτῶν. Ὅπως εἶπα εἰς τὴν ἀπογευματινὴν, τὸ "ἑαυτῶν τῶν Debra" τὸ εἶχα πρὸς τὴν ἑαυτῶν ἑαυτῶν καὶ εἶχα ἑαυτῶν καὶ τῶν ἑαυτῶν ἑαυτῶν καὶ ἑαυτῶν ἑαυτῶν εἰς τὴν ἑαυτῶν ἑαυτῶν, μετὰ τὴν ἑαυτῶν ἑαυτῶν καὶ ὁ Professor Fox. Ἄλλο εἶχα ὅταν βρισκόμην ἐπὶ τῶν ἑαυτῶν ἑαυτῶν καὶ ὁ Professor Fox εἰς τὴν ἑαυτῶν ἑαυτῶν.

Τώρα έρχομαι επί το κώριον μίμναι τὰ γνήμια τῆς Κω.
Ὅπως εἶπες δε δύσκότατε, τὸ "γνήμια τῶν Δελφῶν" τὸ ἔχῃ φέρει
εἰς μίαν ποικίλην φύσιν καὶ εἶχῃ εὐφροσύνη καὶ τέσσαρα ἰσάνεις
καὶ ἀνεμάει ἐκδίδεται διὰ τὴν φύσιν τῆς, μὲ καὶ ὁπότε ἐκφυ-
γούσιν καὶ ὁ Professor Fox. Αὐτὸ ὅτι ὅταν βρισκόμην ἐκείνη
ἐπὶ τὴν ἐγγύτητα καὶ ὁ Professor Fox ἐπὶ Ὀλλανδία.

2/ Όταν ήθελε να δει και μάλιστα από ένα ύψος ενοχ, ήρθε να μείνει γρηγοράς επί του knot theory, με τα σκοτάδι ενός κλασικού την ανεπιμέλεια των τεσσάρων συνδυασμών, καθώς ο θησαυρός αυτού ήτο προφανής. Συνέπαισε μάλιστα από τα παρθένα γαλαξιών με την όψη ο Professor Fox και σε μείνετε περί των topology of 3-space, ορισμός knot theory.

Περι το θέμα Μαρτιά έρευνας ότι έχω ήδη τα πρόβλημα. Ο Professor Fox ήρθε με έρευνας το εγχείρημα. Συνέπαισε την υπόδειξη του Professor Fox, έδωσε δύο παραδείγματα αποδεικνύονται ότι, οι δύο πρώτες των τεσσάρων συνδυασμών ήσαν ταυτησθέντα. Άμεσα μάλιστα ο Professor Fox με έδωσε σε παραδείγματα αποδεικνύονται ότι και η τρίτη των τεσσάρων συνδυασμών ήτο ταυτησθέντα. Τέλος ήρθε ένα παράδειγμα αποδεικνύονται ότι και η τετάρτη, τελευταία και τελευταία των συνδυασμών ήτο και αυτή ταυτησθέντα. Τότε ο Professor Fox ήτο: "Άντι αυτό έπρεπε να τα έχω ήδη να δει και στα χρόνια!" Έτσι βρεθήκαμε να είμαστε εις ειρήνη.

Έρευνας της μέγιστης μου επί του ερευνας του knot theory και την προσέγγισα με να είμαι μίαν ειρήνη. Τέλος περί της όψης Σπυρίδων παρατήρησε ότι, ένα εγχείρημα του Borsuk (σπάνιος πομπός τοπολόγος) με έδωσε να γύρω των γρήγορα των Dehn, υπό τα όρια όπου αποδεικνύονται ότι, τα normal forms της όψης έδωκε εις το γρήγορα των Dehn σημειώσαν έρευνας συνδυασμών.

Αρχείο Ιωάννας Φερεντίνου-Νικολακοπούλου

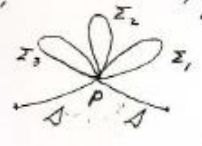
3

Συνεπώς η γενική περίπτωση που είναι η \mathbb{R}^3 είναι η normal form που είναι η \mathbb{R}^3 και η γενική περίπτωση είναι η \mathbb{R}^3 και η \mathbb{R}^3 είναι η \mathbb{R}^3 και η \mathbb{R}^3 είναι η \mathbb{R}^3 και η \mathbb{R}^3 είναι η \mathbb{R}^3 .

Πρόκειται για τις αρχές της θεωρίας των normal form που είναι η \mathbb{R}^3 και η \mathbb{R}^3 είναι η \mathbb{R}^3 και η \mathbb{R}^3 είναι η \mathbb{R}^3 .

1/ Η γενική περίπτωση είναι η \mathbb{R}^3 και η \mathbb{R}^3 είναι η \mathbb{R}^3 και η \mathbb{R}^3 είναι η \mathbb{R}^3 .

2/ Εάν καταλάβουμε να υποδείξουμε ότι η \mathbb{R}^3 είναι η \mathbb{R}^3 και η \mathbb{R}^3 είναι η \mathbb{R}^3 και η \mathbb{R}^3 είναι η \mathbb{R}^3 .



Το ίδιο είναι σημαντικό με την γενική περίπτωση \mathbb{R}^3 και η \mathbb{R}^3 είναι η \mathbb{R}^3 και η \mathbb{R}^3 είναι η \mathbb{R}^3 .

3/ Πρέπει να κατανοήσουμε ότι είναι το "whitehead conjecture" και η \mathbb{R}^3 είναι η \mathbb{R}^3 .

Αρχείο Ιωάννας Φερεντίνου-Νικολακοπούλου

ε/ε αν κατορθώσω να αποδείξω ότι η νέα normal form
 πληροί την συνθήκη ή όποια ειναι απαραίτητος διό το θεωρημα
 το βουσκ, τότε το αν ειναι θεωρημα με βόμει μερικη ηλια
 με ημερομηνια ότι η normal form έχει την ηδη χριστο-
 μείων μορφή: Συνίστατε από έναν δίσκον Δ και



ένε πεπερασμένων ημεδων σφαιρα Σ1, Σ2, Σ3...
 όπου δίσκος και σφαιρα έχουν εν κ μόνον
 κοινά βαθύτατα ρ.

Τούτο ειναι βέβαιον με κώ χωρητικη
 διαδοχων, επί ηςον δε με παρτεχει εντός της αποδειξης
 τω "ήμερομηνια του Dehn" και την υπόθεση μιας "conjecture
 of Whitehead"

4/ και μερικών από τις μεθόδους θεωρήθηκε και τοπογραφία το 3-διάστατο χώρο, ο οποίος αποκαλύπτει από μία νέα normal form. Προβλέπει η νέα normal form συνδέεται στενά με μία από τις συζητούμενες εργασίες του Hopf, δημοσιεύθηκε στα 1941. Είς ένδειξη μετεκτίμησης ενδείχθηκε επιστολήν εν μία από τους εργαζομένους, επί της οποίας δέχεται την εισήγηση να υποθέσει ότι ένα group των οποίων η εργασία είχε μεδόν τότε, με την βοήθεια μερικών από τις μεθόδους θεωρήθηκε και τοπογραφία, συνήδησε να υποθέσει ότι η normal form έχει την ιδιότητα η οποία απαιτείται από το θεωρήμα του Brouwer και έτσι να υποθέσει το "ήδη το Delia" εργασία με τίτλο και η 2 και την "Whitehead's conjecture" επιβεβαιωθεί.

4/ Αποθυμείωσα εννοείται είχε και η αντίρρηση του Professor Fox εν μία προκείμενη περίπτωση, ο δόκτορας της μέχρι πρότινος ερευνηθείσας εδούκε αρμενίως δυσπιστίαν διότι την έμβασαν της όλης ερώσεως, προχθεσ, συζητήσεων το μεσημέρι του 24 Δεκεμβρίου, εν μία μακροβία συνομιλία την οποίαν έχασε, όχι μόνο δι' εσ' όσον την παραμυθία δυσπιστίαν, αλλά, μετ' όσης ουκ αχλόν είχε να συναντήσει τον Whitehead και τον Hopf, δυνάμις να συζητήσει μετ' ούς τον διότι πρόβλεψε.

Ο Whitehead, κενόν τον Professor Fox, είχε ο τοκογόνος

6/ φησὶ ἐνδέχεται νὰ καταρθείσῃ ἐν τῷ ^{πληθῶν} πρόσφατῶν. Ἐὰν
ὅμως τὸ φησὶν εἰς ποσοφικὰ μὲν ἔργα οὐκ ἔστι κατα-
σκευαστέον, τότε εὖ χρειαζομένη περὶ μὲν ἡ
καὶ τῶν.

Ἔτσι φαίνεται νὰ ἔχῃ δώσειν ὁ Professor Fox ὁ ὅπως γέγρα-
φεν ^(αὐτῆ) "big problems" εἰς γερμανικὰ κεντρικὰ ἔργα
ἐπιτοχὴ ἢ πότε εἰς βουκίνα 37.

Πάντως φαίνεται νὰ βρισκόμαστε ἐντὸς ἰσῶν ἀπόψεων, αὐ-
καὶ εὖ ἀποδείχῃ νὰ κωδικοποιεῖται πῶς ἂν μὲν ἢ κεντρικὰ
ἐπὶ τῶν τεχνικῶν στοιχείων.

Παρακαλῶ διαβιβάζετε τὰς εἰρησικῶν καὶ τὴν Σέβηρον
εἰς τοὺς κωδικοποιεῖται κ.κ. Χερσόπολις, Βελγίον, Γερμανία, Ἰταλία,
καὶ εὖ ἀποδείχῃ τὸν κύριον κύριον.

Χρὴς γὰρ τὰς ἐργασίας τῶν κ. ἀποδείχῃ, εἰς τὴν
ὅπως εἰς τὴν εὐχὴν καὶ εἰς τὴν ^{καὶ εἰς} χερσόπολις εἰς τὴν
κ. κύριον καὶ τὴν γοικὸν κύριον.

Μετὰ τὴν
Χ. Πανδρανοπούλου

Συνάντηση με Albert Einstein

Σεπτέμβριος 1954:

Επίσκεψη Einstein στο Ινστιτούτο Προχωρημένων Σπουδών (στο οποίο είχε εργαστεί)

Ζήτησε να γνωρίσει τον Παπακυριακόπουλο

"Η παρουσία σας τιμά το Ινστιτούτο μας"

17 Οκτωβρίου 1954: Επιστολή προς Κριτικό

C. D. ΠΑΠΑΚΥΡΙΑΚΟΠΟΥΛΟΣ
PRINCETON UNIVERSITY
FINE HALL
PRINCETON, N.J.

VIA AIR MAIL



Απάντηση Παπακυριακόπουλου σε πρόταση για επιστροφή στην Αθήνα το 1954 από καθηγητή κ. Παπαϊωάννου

«Δυστυχώς δεν δύναμαι να αποδεχθώ την πρότασιν του καθηγητού κ. Παπαϊωάννου. Αυτήν τη στιγμήν ευρίσκομαι εις μίαν καμπήν της μακράς έρευνάς μου και δεν θέλω να την διακόψω τώρα. Από τη στιγμή που θα επιστρέψω εις Αθήνας, θα αρχίσω να φθίνω επιστημονικώς. Προσπαθώ δε να αναβάλω την στιγμή αυτήν όσον είναι δυνατόν. Βεβαίως μίαν ημέραν θα γίνει αυτό που δεν επιθυμώ, αλλά προσπαθώ να το αναβάλω όσον δύναμαι.»

Ακαδημαϊκή καριέρα στο Princeton



Καλοκαίρι 1955: Επεξεργασία εργασίας *'On solid tori'*

Δημοσίευση στο **Proceedings of the London
Mathematical Society** τον Απρίλιο 1957

Offprint from
 PROCEEDINGS OF THE LONDON
 MATHEMATICAL SOCIETY

Third Series. Volume VII. No. 26. April 1957

ON SOLID TORI

By C. D. PAPAKYRIAKOPOULOS

OXFORD
 AT THE CLARENDON PRESS

Subscription (for four numbers) 80s. post free

ON SOLID TORI

By C. D. PAPAKYRIAKOPOULOS

[Received 22 August 1956.—Read 15 November 1956.]

1. Introduction

In the present paper the following three theorems are proved:

(1) Let M be a 3-manifold which may or may not be compact, with boundary N formed by a number ($> 0, \leq \infty$) of surfaces closed† or not. Let L be a loop belonging to an open set U of an orientable component N' of N such that‡ $L \simeq 0$ in M and $\not\simeq 0$ on N . Then there exists a simple§ loop $L_0 \subset U$ such that $L_0 \simeq 0$ in M and $\not\simeq 0$ on N .

(2) If N' is also closed, then there exists a set $W_i, i = 1, \dots, n$ ($n < \infty$) of simple loops on N' based at a point $x_0, \simeq 0$ in $M, \not\simeq 0$ on N' , where $W_i \cap W_j = x_0$ for $i \neq j$, and such that, if L is any loop on N' based at x_0 , and $\simeq 0$ in M , then

$$L \simeq \prod_{j=1}^m C_{i(j)} W_{i(j)}^{\epsilon_{i(j)}} C_{i(j)}^{-1} \quad \text{on } N',$$

where $C_{i(j)}$ is a loop on N' based at x_0 and $\epsilon_{i(j)} = \pm 1$.

(3) If M is compact, $\pi_1(M, N) = 1, ||$ and N is of genus h , then there is a canonical set of simple circuits $A_1, B_1, \dots, A_h, B_h$ on N such that $B_i \simeq 0$ in M and $A_1 \cup \dots \cup A_h$ is a deformation retract of M .

Theorem (1) is a special case of Theorem (15.1), for $G = 1$, proved in § 3, and Theorems (2), (3) are Theorems (17.1), (18.8) proved in §§ 4, 5 respectively. In § 6 is proved Theorem (20.1), which provides us with a solution of a problem of Bing (13), p. 57, Problem 12. Theorem (20.1) is an application of Theorem (1); other applications of that theorem will be given in another paper.

The 3-manifold M of Theorem (3) is a solid torus of genus h (Henkelkörper vom Geschlechte h (10), p. 219). This is related with the Dehn lemma and the Poincaré conjecture and is explained in § 19.

The paper as presented here is a simplified form, due to suggestions of Professor J. H. C. Whitehead, of two papers submitted by the author, who would like to express his gratitude to Professor J. H. C. Whitehead for his suggestions, and to Professor W. S. Massey, from whom the author learned algebraic topology and homotopy theory.

† Closed means compact without boundary.

‡ \simeq means homotopic to.

§ Simple means without multiple points.

|| This implies that N is connected.

Ιούνιος 1955 – Σεπτέμβριος 1958: Μέλος του Institute of Advanced Study στο Princeton

Ανακοίνωση εκλογής μέλους του Ινστιτούτου

23 Φεβρουαρίου 1955

*Αγαπητέ Δρ Παπακυριακόπουλε,
Κατόπιν προτάσεως του Συμβουλίου του Τμήματος
Μαθηματικών, βρίσκομαι στην ευχάριστη Θέση, και επίσημα να σας
ανακοινώσω ότι εξελέγητε ως μέλος του Ινστιτούτου Προχωρημένων
Σπουδών για το Ακαδημαϊκό έτος 1955 - 1956. Ανυπομονούμε να μας
επισκεφθείτε.*

*Ειλικρινά δικός σας
Ρόμπερτ Οπενχάιμερ
(Διευθυντής του Ινστιτούτου
Προχωρημένων Σπουδών)*

Άνοιξη 1956: Επεξεργασία της εργασίας 'On the ends of the fundamental groups of 3-manifolds with boundary'

Φθινόπωρο 1957:
Δημοσίευση στο
Commentarii
Mathematici Helvetici

Offprint of Commentarii Mathematici Helvetici, vol. 32, fasc. 2, 1957

On the Ends of the Fundamental Groups of 3-Manifolds with Boundary

by C. D. PAPAΧΥΡΙΑΚΟΠΟΥΛΟΣ, Princeton (N. J.)

§ 1. Introduction

Let M be any compact 3-manifold, closed¹⁾ or with boundary, whose components are *orientable* closed surfaces. According to²⁾ H. HOFF [2], the number e of ends of $\pi_1(M)$ is either 0 or 1 or 2 or ∞ , where $e = 0$ if and only if $\pi_1(M)$ is finite. The naturally arising problem is: *When is $e = 1$ or 2 or ∞ ?* This problem has been solved by E. SPECKER [10], p. 325, Satz VI, in case M is *closed*. Thus the remaining question is: What is the solution of this problem when M has non-vacuous boundary? We notice that, if some of the components of the boundary of M are 2-spheres, then there exists a 3-manifold M' closed or with boundary, whose components are orientable closed surfaces of positive genus, and such that³⁾ $\pi_1(M) \cong \pi_1(M')$. Thus the problem may be stated: *Let M be a compact 3-manifold with boundary, whose components are orientable closed surfaces of positive genus. When is⁴⁾ $e = 1$ or 2 or ∞ ?* To the best knowledge of this author, some partial results have been obtained by E. SPECKER [10], pp. 326-327, Sätze VII and VIII, and this author [5], p. 296, theorems 1 and 2. In the present paper we solve this problem, and the solution is:

- (1) *If M is aspherical and the injection $\pi_1(F) \rightarrow \pi_1(M)$ is an isomorphism for every component F of the boundary of M , then $e = 1$.*
- (2) *If M is aspherical, the boundary F of M is connected of genus one, and the injection $\pi_1(F) \rightarrow \pi_1(M)$ is not an isomorphism, then $e = 2$.*
- (3) *In any other case, $e = \infty$.*

These are provided us by the theorem 6 in § 4, which is the main theorem of this paper. The proof of theorem 6 is based on theorems 1, 2 and 3, 4, 5. The theorems 3, 4 are lent from authors paper [5], and the theorem 5 is lent from E. SPECKER's paper [10]. The theorems 1 and 2 are explained in § 3, and their proofs are based on the lemmas 1, 2, 3, 4 and 5 of § 2.

In § 5 we give a short proof of theorems 1 and 2, using DEHN's lemma [7], p. 169, [8], p. 1, and theorem 1, [6], p. 281.

¹⁾ *Closed* means compact without boundary.

²⁾ Numbers in brackets refer to the bibliography at the end of the paper.

³⁾ \sim means isomorphic to.

⁴⁾ According to lemma 3, $\pi_1(M)$ is infinite, therefore $e > 0$.

Καλοκαίρι 1956:
Επεξεργασία εργασίας
'On Dehn's lemma and
the asphericity of knots'

Ιούλιος 1957:
Δημοσίευση στο Annals
of Mathematics, με
αφιέρωση στο Νικόλαο
Κριτικό

ON DEHN'S LEMMA AND THE ASPHERICITY OF KNOTS

BY C. D. PAPAΚΥΡΙΑΚΟΠΟΥΛΟΣ

(Received February 28, 1957)

Dedicated to Professor N. Kritikos

§1. Introduction

The present paper contains a proof of *Dehn's lemma* and an analogous result that we call the *sphere theorem*, from which other theorems follow.¹

DEHN'S LEMMA. *Let M be a 3-manifold, compact or not, with boundary which may be empty, and in M let D be a 2-cell with self-intersections (singularities), having as boundary the simple closed polygonal curve C and such that there exists a closed neighborhood of C in D which is an annulus (i.e. no point of C is singular). Then there exists a 2-cell D_0 with boundary C , semi-linearly imbedded in M .*

SPHERE THEOREM. *Let M be an orientable 3-manifold, compact or not, with boundary which may be empty, such that $\pi_2(M) \neq 0$, and which can be semi-linearly² imbedded in a 3-manifold N , having the following property: the commutator quotient group of any non-trivial (but not necessarily proper) finitely generated subgroup of $\pi_1(N)$ has an element of infinite order (n.b. in particular this holds if $\pi_1(N) = 1$). Then there exists a 2-sphere S semi-linearly imbedded in M , such that³ $S \not\cong 0$ in M .*

Dehn's lemma was included in a 1910 paper of M. Dehn [4] p. 147, but in 1928 H. Kneser [13] p. 260, observed that Dehn's proof contained a serious gap. In 1935 and 1938 appeared two papers by I. Johansson [11], [12], on Dehn's lemma. In the second one, p. 659, he proves that, if *Dehn's lemma holds for all orientable 3-manifolds, it then holds for all non-orientable ones*. We now prove in this paper that *Dehn's lemma holds for all orientable 3-manifolds*. Our proof makes use also of I. Johansson's first paper.

As far as the sphere theorem is concerned we have to remark that, to the best knowledge of this author, the first one to attempt a theorem of this kind was H. Kneser in 1928, [13] p. 257; however his proof does not seem to be conclusive. In 1937 S. Eilenberg [5] p. 242, Remark 1, observed a relation between the non-vanishing of the second homotopy group and the existence of a non-contractible 2-sphere. Finally in 1939 J. H. C. Whitehead [25] p. 161, posed a problem which stimulated the author to prove the sphere theorem, stated above. We emphasize that, if $\pi_1(N)$ is a free group⁴ then the hypotheses of the sphere theorem are fulfilled, according to the following

NIELSEN-SCHREIER THEOREM. *Every subgroup of a free group is itself a free group.*⁵

¹ Numbers in brackets refer to the bibliography at the end of the paper.

² Cf. [15] p. 97, Theorem 2.

³ \simeq means homotopic to.

⁴ On a number (≥ 0 , $\leq \infty$) of free generators.

⁵ See [14] p. 28.

1958: Πρόσκληση στο Annual Meeting της American Mathematical Society

Ομιλία στο Annual Meeting της American Mathematical Society

«Ορισμένα προβλήματα επί
των τρισδιάστατων
πολλαπλοτήτων»

SOME PROBLEMS ON 3-DIMENSIONAL MANIFOLDS

C. D. PAPAKYRIAKOPOULOS

I. GENERALITIES

1. **Introduction.** One of the well-known problems in Topology is the *classification problem* of closed n -dimensional manifolds.

An n -manifold (n -dimensional manifold) is a connected separable metric space each of whose points has a closed neighborhood homeomorphic to a closed n -cell. So we consider both manifolds with boundary and manifolds without boundary. A *closed* n -manifold is a compact n -manifold without boundary.

Classification means to define an infinite sequence of closed n -manifolds M_1, M_2, M_3, \dots ,¹ such that any two of these are not homeomorphic, but any closed n -manifold M is homeomorphic with one of them. We emphasize that, we do not ask to find a method to decide with which of the *model* manifolds is M homeomorphic. We only want to know whether M is included in this sequence. Of course we do not ask to find an *effective procedure*, because such may not exist.

The classification problem was solved long ago for $n=2$, i.e. for closed surfaces,² [22, §§37–39, pp. 130–142]. So, as usual in Mathematics, one tries to solve the problem for the next dimension $n=3$, in the hope that he will find a general method working for any dimension. This is the reason we restrict ourselves from now on to the case $n=3$.

The classification problem has been solved not only for closed surfaces, but also for compact nonclosed ones [22, §40, pp. 142–144; 10, pp. 151–158]. See also [10, p. 171, ll. 12–16].

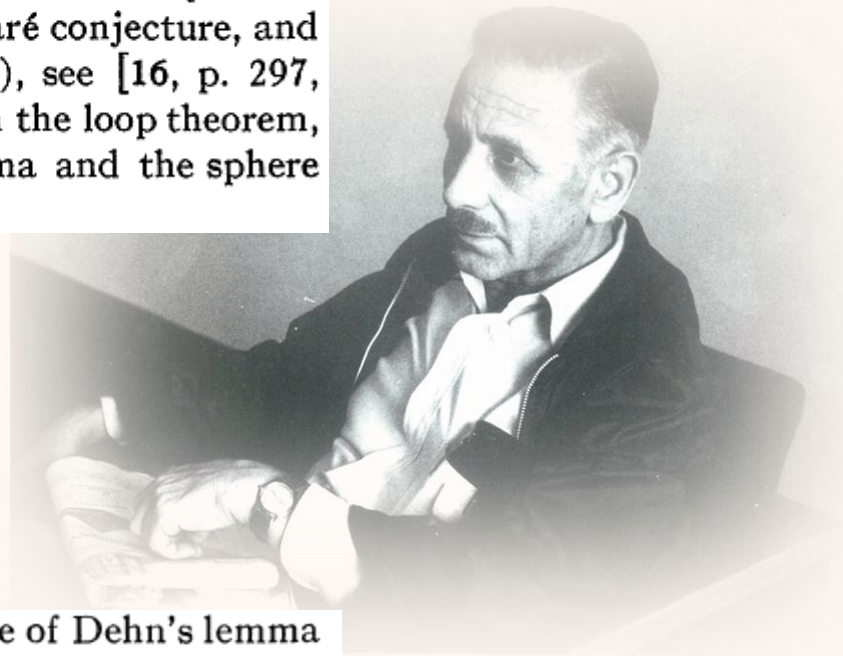
We concentrate our attention on the classification problem of *closed* 3-manifolds, and for the time being we do not consider the classification problem for nonclosed 3-manifolds, because this last problem seems to be much more complicated, see No. 21.

2. **Generalities.** As is well known, the classification problem is solved for $n=2$ by cutting the surface along simple³ curves. So the question arises naturally: *Can we solve the classification problem for*

Ομιλία στο Annual Meeting της American Mathematical Society 1958

POINCARÉ CONJECTURE. *A simply connected closed 3-manifold is a 3-sphere.*

Some years ago I was working on Poincaré conjecture, and I tried to prove it by proving (10.1). But I failed, and I may say that I am now convinced that this is not the way to attack Poincaré conjecture. However, the loop theorem, Dehn's lemma, Poincaré conjecture, and some results from algebraic topology imply (10.1), see [16, p. 297, Theorem (19.1)]. This was the reason I worked on the loop theorem, whose proof led me to the proof of Dehn's lemma and the sphere theorem.



However, in my opinion, the greatest importance of Dehn's lemma lies in the fact that it may possibly be used as a tool in proving Poincaré conjecture. Of course this is a personal opinion, and it need not be accepted up to the moment when there will be a proof of Poincaré conjecture based on Dehn's lemma. I would only like to observe that Dehn's lemma is not going to be enough to prove Poincaré conjecture, and that some other things will have to be used too.

1958: Πρόσκληση από το Διεθνές Συνέδριο Μαθηματικών στο Εδιμβούργο

Ανάγνωση ομιλίας από τον J.H.C.
Whitehead του Oxford University

THE THEORY OF THREE-DIMENSIONAL MANIFOLDS SINCE 1950†

By C. D. PAPA KYRIAKOPOULOS

The spaces of the branch under consideration are 3-dimensional manifolds, and its problems will be understood by the sequel. The restriction to the dimension 3 is needed, for the time being, because of the difficulty of the problems. As an indication of this difficulty it may serve that, though some of the theorems explained below were well-known problems and conjectures, formulated some decades ago, nevertheless it was only during the past eight years that their proof was attained. During this last period new techniques have been developed. It is hoped that the branch will continue to grow and for dimensions > 3 .

An n -manifold (n -dimensional manifold, $n \leq 3$) is a connected separable metric space, each of whose points has a closed neighborhood homeomorphic to a closed n -cell. So we consider both manifolds with boundary and manifolds without boundary. (Our definition is a bit different from that of Bing ⁽²⁾, p. 145, ⁽³⁾; p. 456) and Moise ⁽¹³⁾, V, p. 96.) A closed n -manifold is a compact n -manifold without boundary.

We say that a topological space is *triangulable* if it admits a simplicial subdivision, in the sense of Seifert–Threlfall ⁽¹⁸⁾, p. 42). A homeomorphism f of a simplicial complex K_1 into another K_2 is called *semi-linear* if there are simplicial subdivisions K'_1 and K'_2 of them, such that each simplex of K'_1 is mapped by f linearly onto some simplex of K'_2 . The image $f(K'_1)$ is called a *polyhedron* in K_2 .

In 1950 appeared the paper of Graeb, where a number of theorems about semi-linear homeomorphisms are proved and the following theorem, refining *Alexander's theorem*, is proved too ⁽⁷⁾, p. 224, Satz 1). Another proof of the following theorem was given by Moise ⁽¹³⁾, II, p. 172, Theorem 1).

(1) *If S^2 is a polyhedral 2-sphere in euclidean 3-space E^3 , then there exists a semi-linear homeomorphism of E^3 onto itself, throwing S^2 onto the boundary of a rectilinear 3-simplex of E^3 .*

In 1951 appeared the first of the series of Moise's papers. The main result in this paper is the following *separation theorem* ⁽¹³⁾, I, p. 506, Theorem 1).

(2) *Let R be a set in E^3 , which is homeomorphic to the cartesian product of*

† Read by Professor J. H. C. Whitehead.

Τα τρία σπουδαία θεωρήματα

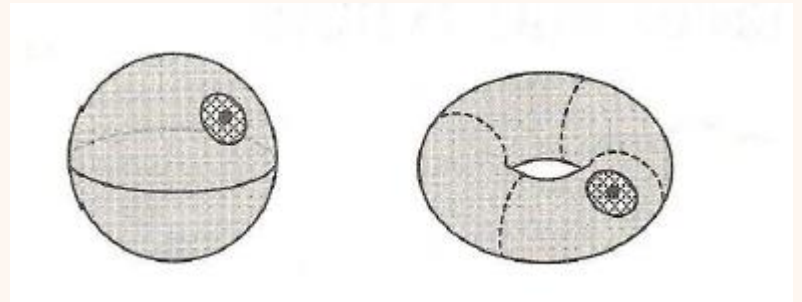
- «Λήμμα του Dehn»
- «Θεώρημα Βρόγχου»
- «Θεώρημα Σφαίρας»

Τοπολογία τρισδιάστατων πολλαπλοτήτων

Μονοδιάστατη πολλαπλότητα: καμπύλη χωρίς αυτοτομές

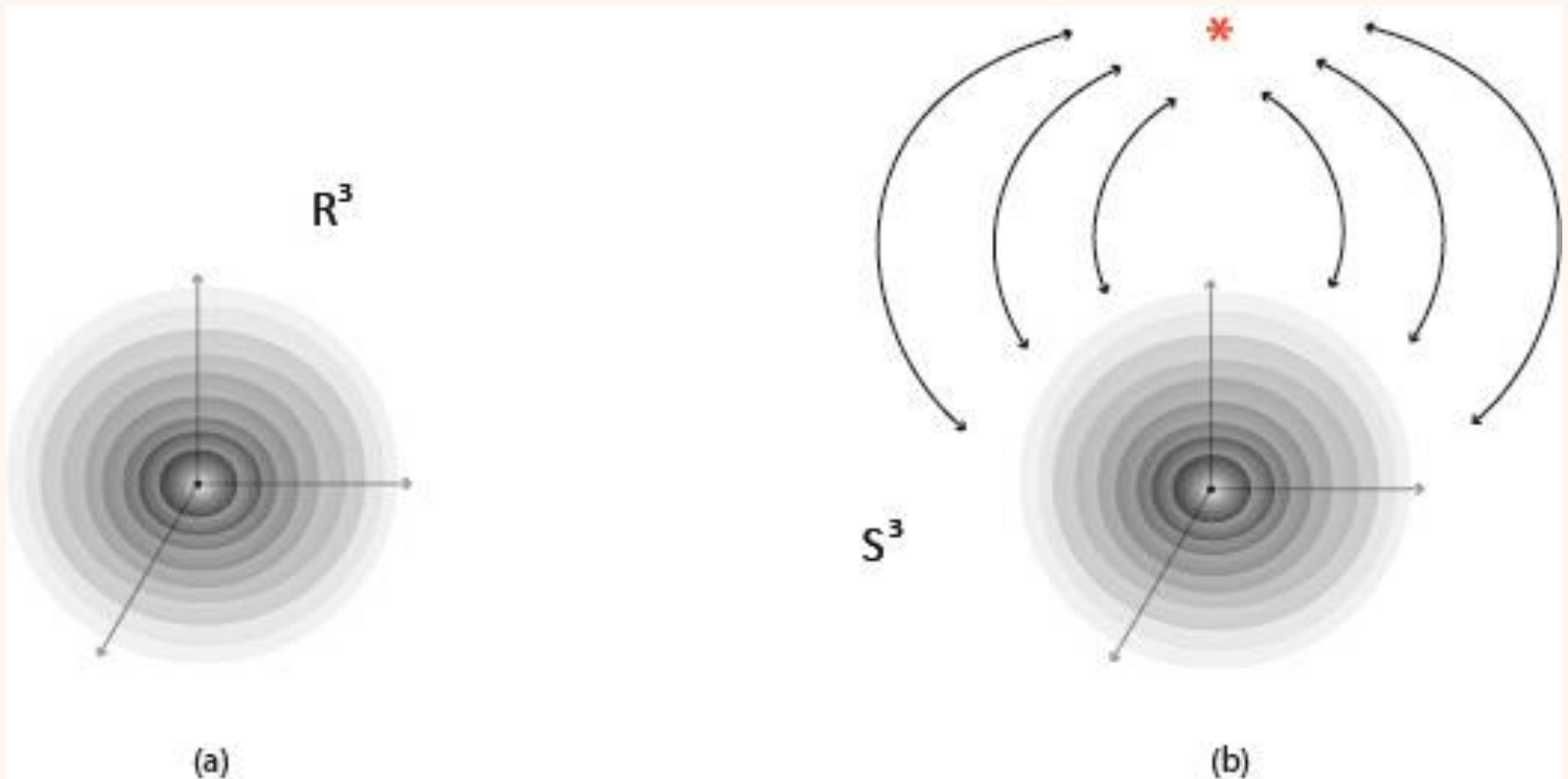
Δισδιάστατη πολλαπλότητα: επιφάνεια

- Σε κάθε σημείο της επιφάνειας υπάρχει μια περιοχή ομοιομορφική με δίσκο



Τρισδιάστατη πολλαπλότητα:

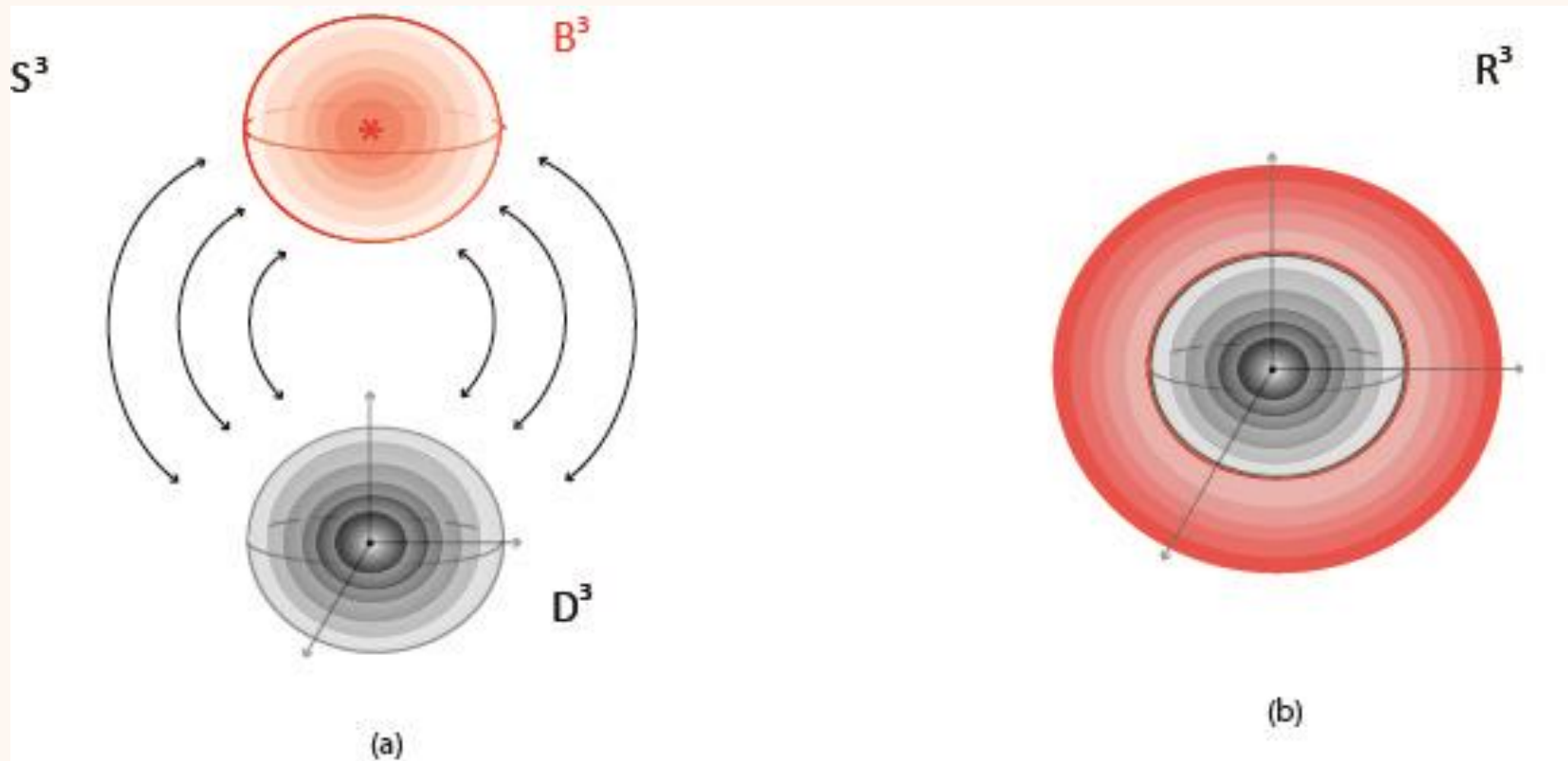
- Σε κάθε σημείο της πολλαπλότητας υπάρχει μία περιοχή ομοιομορφική με σφαίρα



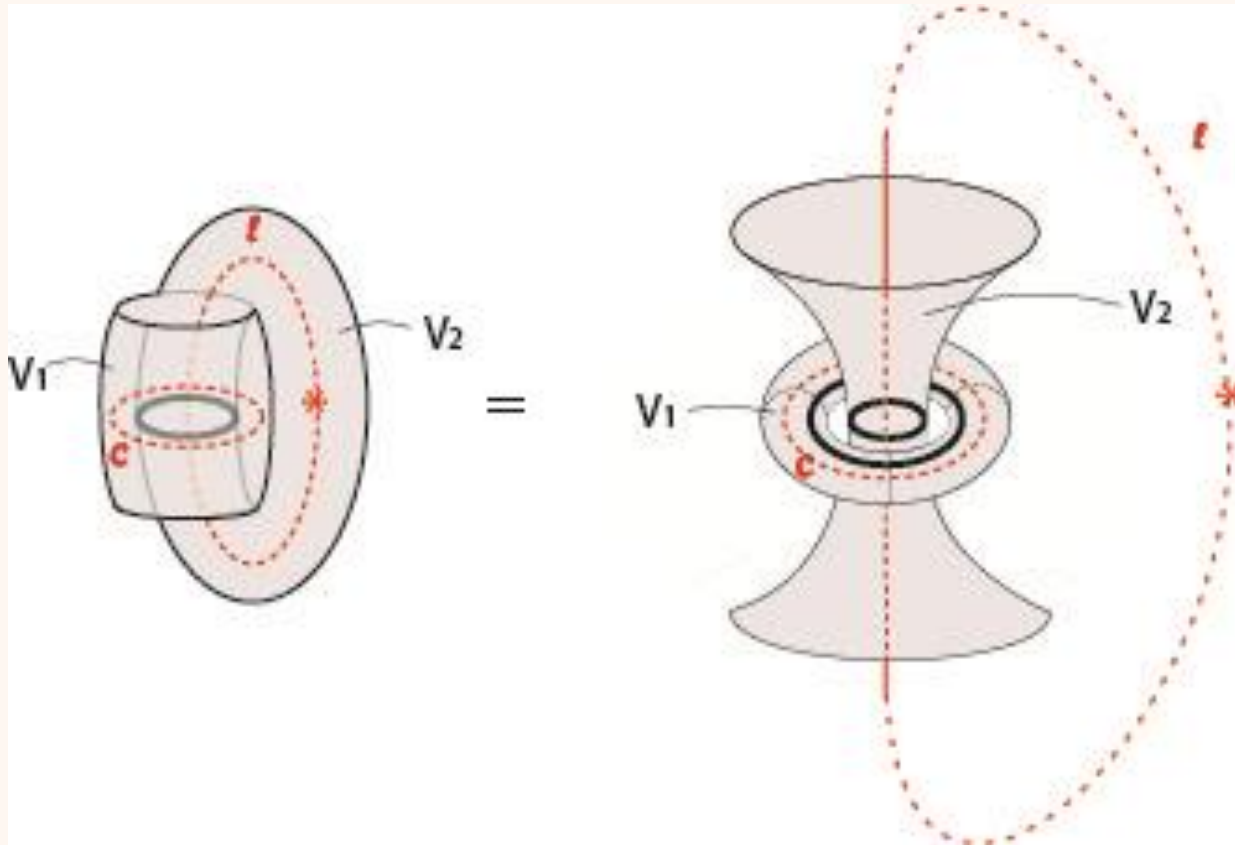
$$S^3 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = 1\}$$

Η τρισδιάστατη σφαίρα είναι η συμπαγοποίηση του Ευκλείδειου χώρου

Η τρισδιάστατη σφαίρα ως ένωση από δύο μπάλες

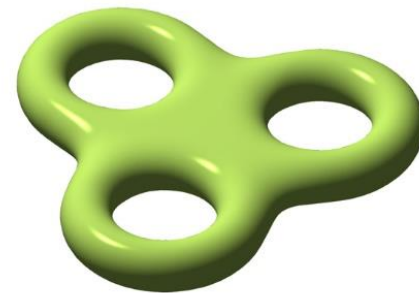


Η τρισδιάστατη σφαίρα ως ένωση από δύο στερεούς τόρους



Κάθε 3-πολλαπλότητα μπορεί να κατασκευαστεί από στερεούς τόρους μέσω 'χειρουργικής'

Η ταξινόμηση των δισδιάστατων πολλαπλοτήτων



Εικασία Poincaré

Διατυπωμένη το 1904

Οποιαδήποτε 3-πολλαπλότητα που είναι ομοτοπικά ισοδύναμη με την S^3 είναι ομοιομορφική με την S^3

Ισοδύναμη με την ταξινόμηση των τρισδιάστατων πολλαπλοτήτων



Λήμμα του Dehn

- Σημαντικό βήμα για την απόδειξη της Εικασίας Poincaré

"Ein Flächenkomplex C_2 möge ganz in Inneren einer homogenen Mannigfaltigkeit ($n > 2$) liegen. Auf C_2 möge E_2 begrenzen. Hat E_2 auf seinem Rande keine Singularitäten, dann begrenzt k in der M_n auch ein völlig singularitätenfreies Elementarflächenstück."

- Max Dehn: φοιτητής του Hilbert (Göttingen)
- Hellmuth Kneser: ανακάλυψη σφάλματος στην απόδειξη του Dehn το 1929

M. Dehn 1910

Über die Topologie des dreidimensionalen Raumes.

Von

M. DEHN in Münster i/W.

Inhalt.

	Seite
Einleitung	137

Kapitel I.

Vorstudien.

§ 1. Gruppentheoretische Hilfsmittel (das Gruppenbild)	140
§ 2. Die Fundamentalgruppe eines Flächenkomplexes	145
§ 3. Ein topologischer Hilfssatz (das „Lemma“)	147

Kapitel II.

Knoten und Gruppen.

§ 1. Definition	153
§ 2. Der verknotete Schlauch	153
§ 3. Konstruktion der zu einem Knoten gehörigen Fundamentalgruppe	154
§ 4. Unverknotete Raumkurven.	157
§ 5. Spezielle Knoten und Poincarésche Räume	159

Kapitel III.

Dreidimensionale Mannigfaltigkeiten.

§ 1. Allgemeines (Konstruktion des Nahtkomplexes und der Fundamer	
§ 2. Der gewöhnliche Raum	

„Ein Flächenkomplex C_2 möge ganz in Inneren einer homogenen Mannigfaltigkeit ($n > 2$) liegen. Auf dem C_2 möge die Kurve k ein Elementarflächenstück E_2^1 begrenzen. Hat E_2^1 auf seinem Rande keine Singularitäten, dann begrenzt k in der M_n auch ein völlig singularitätenfreies Elementarflächenstück.“

M. Dehn [1910]

H. Kneser 1929

Geschlossene Flächen in dreidimensionalen Mannigfaltigkeiten.¹⁾

Von HELLMUTH KNESER in Greifswald.

Vorbemerkung. Die Buchstaben E^k , M^k , S^k bezeichnen k -dimensionale Elementarräume, Mannigfaltigkeiten (geschlossen, nicht notwendig zusammenhängend) und Sphären. Verschiedene Exemplare werden durch Fußmarken unterschieden; z. B. bedeute „es gibt $E_1^{2''}$ “ nichts anderes als „es gibt einen E^2 , er heiße $E_1^{2''}$ “. ' E^k und ' S^k bezeichne das, was manchmal E^k bzw. S^k mit Singularitäten genannt wird, d. h. das stetige Bild von E^k bzw. S^k . Alle Begriffe und Operationen sind im Sinne der kombinatorischen Topologie gemeint; nur der Kürze und Verständlichkeit zuliebe werden sie anschaulich beschrieben statt genau ausgeführt. Demgemäß bestimmt sich der Gültigkeitsbereich der Sätze; sie gelten z. B., wenn man sich durchaus auf ebenflächige Gebilde im Zahlenraum genügend hoher Dimension beschränkt.

1. Untersucht man die möglichen Lagen einer M^2 in einer M^3 , so kommt man zwangsläufig zu dem folgenden

Hilfssatz. *Liegt M^2 in M^3 und auf M^2 eine ' S^1 , die in M^3 , aber nicht in M^2 homotop Null (auf einen Punkt zusammenziehbar) ist, so gibt es in M^3 einen ' E^2 , der mit M^2 genau seinen Rand ' S^1 gemeinsam hat, der bis auf endlich viele Randpunkte singularitätenfrei ist und dessen Rand ' S^1 auf M^2 nicht homotop Null ist.*

Το Λήμμα του Dehn

Έστω M^3 μια 3-πολλαπλότητα και $f: D^2 \rightarrow M^3$ η απεικόνιση ενός δίσκου χωρίς αυτοτομές στο σύνορο ∂D^2 . Τότε υπάρχει μια εμφύτευση $g: D^2 \rightarrow M^3$ με $g(\partial D) = f(\partial D)$

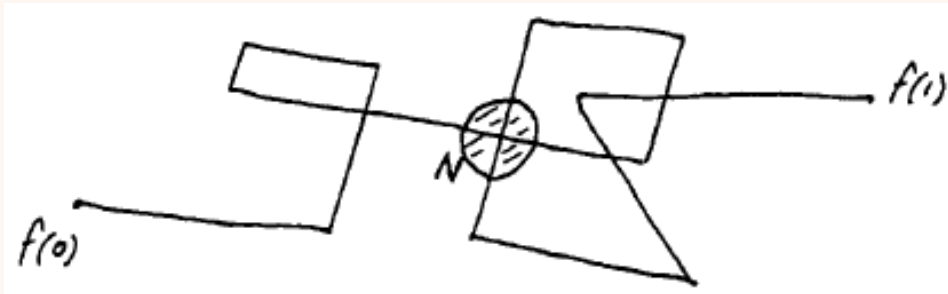
Αν $x \in \partial D^2$, τότε για οποιοδήποτε $y \in D^2$ με $x \neq y$ θα ισχύει $f(x) \neq f(y)$

- Εγγυάται την ύπαρξη ενός κυκλικού δακτυλίου χωρίς αυτοτομές το οποίο να περιλαμβάνει το $f(\partial D)$
- Όλες οι αυτοτομές περιορίζονται σε κάποια πεπερασμένη απόσταση από το σύνορο του δίσκου

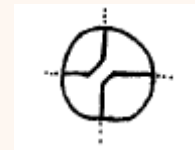
Αντίστοιχο Λήμματος Dehn σε 2 διαστάσεις

Έστω $f: [0,1] \rightarrow M^2$ ένα κατά τμήματα γραμμικό μονοπάτι στην 2-πολλαπλότητα M^2 , με $f(0) \neq f(1)$.

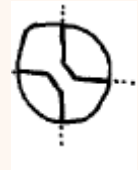
Τότε υπάρχει μία εμφύτευση $g: [0,1] \rightarrow M^2$ τέτοια ώστε $g(0) = f(0)$ και $g(1) = f(1)$.



Εικόνα νέου μονοπατιού



ή



Δυσκολία απόδειξης: Ανάγκη για καθολική άρση της πολυπλοκότητας

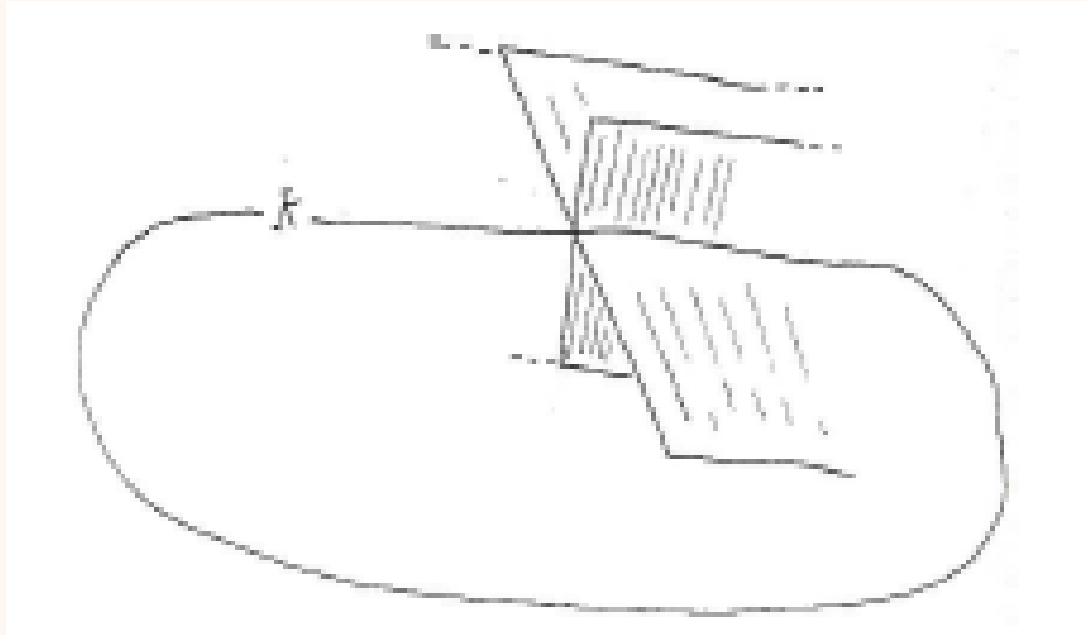
• Dehn:

- Θεώρηση ενός δίσκου με αυτοτομές
- Ακολουθία τοπικών κινήσεων χωρίς να επηρεάζεται το σύνορο
- Κατάληξη σε έναν δίσκο χωρίς αυτοτομές

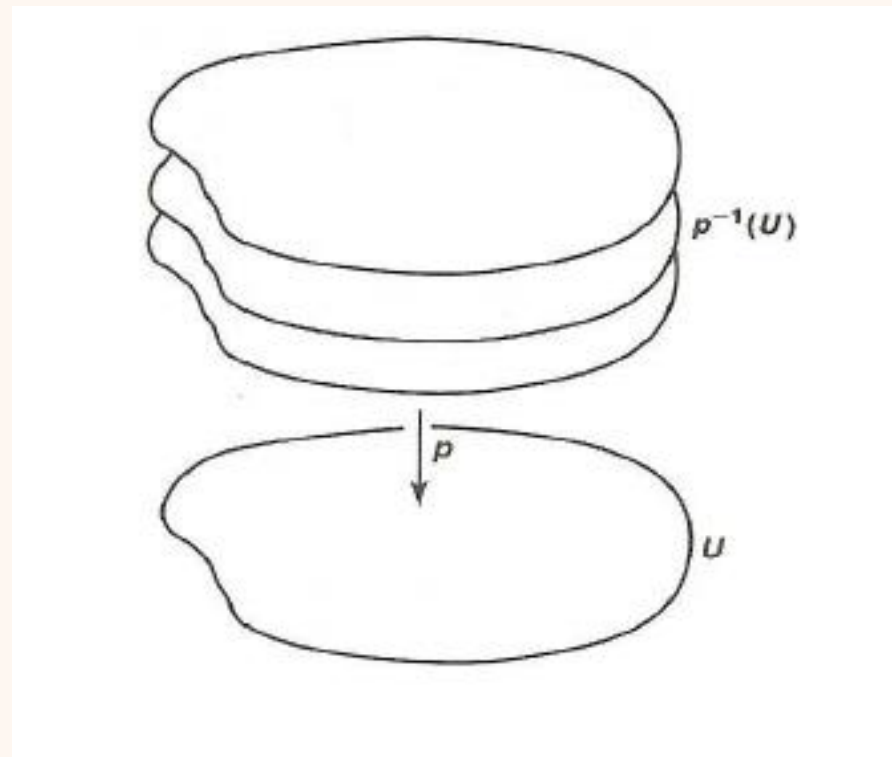
• Kneser:

- Οι τοπικές κινήσεις δεν οδηγούν πάντα σε απλούστευση των αυτοτομών

Οι αυτοτομές του δίσκου μπορεί να είναι εξαιρετικά περίπλοκες



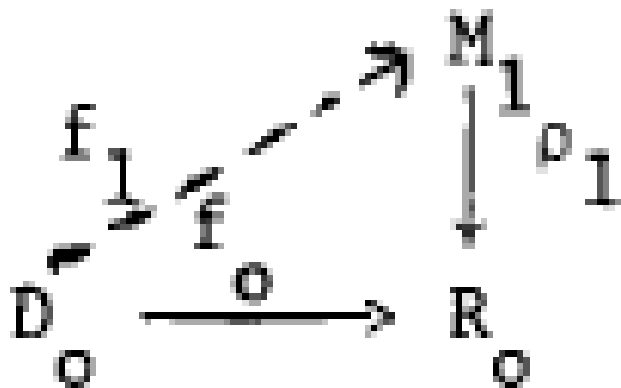
Παπακυριακόπουλος: Απόδειξη του Λήμματος Dehn μέσω χώρων επικάλυψης



Κατασκευή ενός πύργου από χώρους επικάλυψης

Επίπεδο 0 του πύργου:

- R_0 μια γειτονιά του $f_0(D)$ στην $M^3 = M_0$



Επίπεδο 1 του πύργου:

- Κατασκευή διπλής κάλυψης M_1 του R_0
- Έστω f_1 η ανύψωση του f_0
- R_1 μια γειτονιά του $f_1(D)$ στην M_1

Επίπεδο 2 του πύργου:

- Κατασκευή διπλής κάλυψης M_2 του R_1

- Θεώρηση ενός δίσκου με αυτοτομές
- Εικόνα του σε μια 3-πολλαπλότητα
- Κατασκευή μιας κάλυψης της γειτονιάς του στην 3-πολλαπλότητα
- Ανύψωση δίσκου στην κάλυψη
- Συνέχιση κατασκευής με τον ίδιο τρόπο
- Πρόβλημα ίδιου τύπου σε κάθε επίπεδο αλλά με μείωση των αυτοτομών
- Τελευταίο επίπεδο όπου δεν μπορεί να κατασκευαστεί χώρος επικάλυψης
- Κάθοδος πύργου μέσω της ακολουθίας των καλύψεων
- Κατασκευή δίσκου στο κατώτερο επίπεδο

Θεώρημα βρόγχου

Έστω M^3 μια 3-πολλαπλότητα με $\partial M^3 \neq \emptyset$ και $L \subset \partial M^3$ όπου L βρόγχος συσταλτός στην M^3 αλλά όχι συσταλτός στο ∂M^3 . Τότε υπάρχει απλή κλειστή καμπύλη με τις ίδιες ιδιότητες.

Ομοτοπικός με ένα σημείο

Θεώρημα σφαίρας

Αν M^3 είναι μια προσανατολίσιμη 3-πολλαπλότητα με $\pi_2(M) \neq \{0\}$, υπάρχει μια 2-σφαίρα S^2 εμφυτευμένη στην M^3 που δεν είναι συσταλτή στην M^3 .

Υπαρξη στην M^3 μιας 2-σφαίρας με αυτοτομές που δεν είναι συσταλτή στην M^3

Τα 'big problems'

“Έτσι φαίνεται να έχω δίκαιον ο Προφ. Fox ο οποίος λέγει
ότι λέγει “big problems” και γνωρίζω πως ποτέ δεν
επιλύχονται ποτέ. Διότι δουλεύει 34.”

Ενασχόληση Παπακυριακόπουλου με την Εικασία Poincaré για πολλά χρόνια μέχρι και το θάνατό του

Τα τρία θεωρήματα: ενδιάμεσα στάδια για την προσέγγιση της απόδειξης της Εικασίας

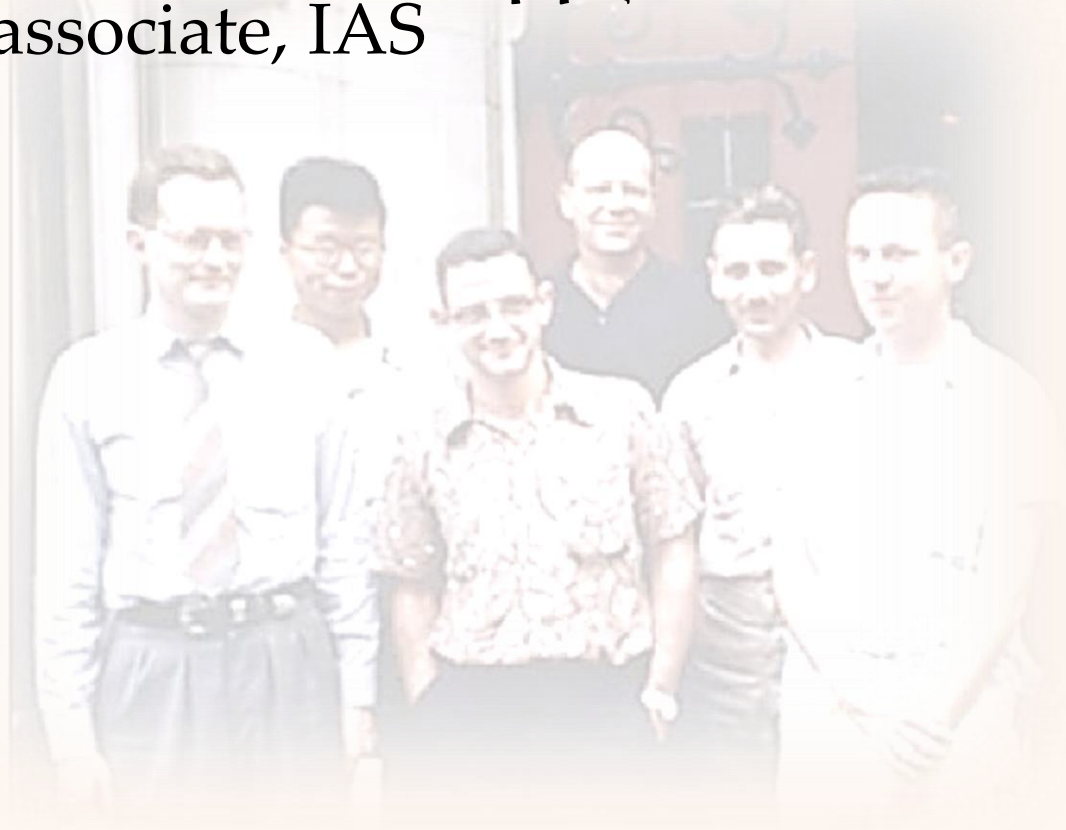
Μετέπειτα εργασίες: Χρήση της τεχνικής του πύργου των χώρων επικάλυψης

Οι προσπάθειές του δεν έφτασαν στην απόδειξη της Εικασίας

Απόδειξη τελικά τον Αύγουστο του 2006 από τον Ρώσο μαθηματικό Grigori Perelman

**Σεπτέμβριος 1958 – Σεπτέμβριος 1959: Research
associate, IAS**

**Σεπτέμβριος 1959 – Σεπτέμβριος 1962: Senior
research associate, IAS**



21/06/1961: Πρόταση από Ν. Κριτικό για θέση στο Ε.Μ.Π.

«Πάνε ένα δυο μήνες τώρα που ωρίμασε μέσα μου η απόφαση ν' αποχωρήσω από την καθηγεσία του Πολυτεχνείου για ν' αφοσιωθώ στην πραγματοποίηση μερικών συγγραφικών σχεδίων κατά τα υπόλοιπα για μένα χρόνια ζωής τα οποία δεν μπορούν πια να είναι πολλά μια που κλείνω το 67^ο έτος...

Έχω λοιπόν αποφασίσει ν' αποσυρθώ από τις υποχρεώσεις του εν ενεργεία καθηγητού ήδη από το προσεχές έτος. Προκύπτει έτσι για το Πολυτεχνείο η ανάγκη να ανιχνεύση τον ορίζοντα για έναν κατάλληλο διάδοχό μου. Εμείς οι καθηγητές των Μαθηματικών, ο κ. Βασιλείου, ο κ. Παπασπύρου, εγώ, υποθέτω δε και ο κ. Κριεζής (λέγω υποθέτω, διότι δεν του μιλήσαμε ακόμα σχετικώς) αποβλέπουμε σε εσάς ως τον αναγνωρισμένο εξαίρετο επιστήμονα που παλιότερα εργάστηκε ως επιμελητής με τόσην επιτυχία στο Ίδρυμα και που δεν αμφιβάλλουμε ότι θα συνεχίσει την υψηλή μαθηματική του Πολυτεχνείου την οποία ε γνώρισε από κοντά και έμαθε να εκτιμά.»

21/06/1961: Πρόταση από Ν. Κριτικό για θέση στο Ε.Μ.Π.

FINE HALL
PRINCETON, N.J.

VIA AIR MAIL



«Θα ηθέλαμε λοιπόν να μάθουμε τη γνώμη σας πάνω σ' αυτό το θέμα της διαδοχής μου, για να προβούμε σε ορισμένες υποδείξεις προς τη Διοίκηση του Ιδρύματος ούτως ώστε να προκηρυχτεί η έδρα που θ' αφήσω ως τακτική και να μην μετατραπή σε έκτακτη, όπως αυτό έγινε τελευταία για την έδρα της Μηχανικής του κ. Γεωργικόπουλου (αποχωρήσαντος από την ενεργό υπηρεσία πέρυσι το καλοκαίρι), επειδή δεν υπήρχε στον ορίζοντα καμιά εξέχουσα επιστημονική φυσιογνωμία για τη διαδοχή.»

ΠΑΛΑΙΟΝ ΨΥΧΙΚΟΝ
ATHENS - GREECE

AIR MAIL

01/07/1961: Άρνηση Παπακυριακόπουλου

«Το γράμμα σας στις 21/6 με συνεκίνησε βαθύτατα. Γιατί βλέπω πως μια ολόκληρη εποχή παρέρχεται. Μια εποχή στην οποία αναπτύχθηκα και έζησα. Επιπλέον με συνεκίνησε το γεγονός ότι με θεωρήτε ως τον αντάξιον διαδοχόν σας. Αυτό με τιμά εξαιρετικά. Κατωτέρω σας γράφω μερικά πράγματα τα οποία εξηγούν εκείνο που θα σας γράψω περί το τέλος του γράμματός μου.

Αισθάνομαι τον εαυτό μου σωματικά κουρασμένον, είμαι 47 ετών και βλέπω ότι, δεν μπορώ να ανταποκριθώ στους κόπους που απαιτούν οι θέσεις αυτές συνεχίζοντας και την έρευνά μου. Γι' αυτό παραιτούμαι θέσεων, τίτλων και μισθών, για να μπορέσω να ολοκληρώσω αυτό που έχω κατά νου.»

01/07/1961: Αρνηση Παπακυριακόπουλου

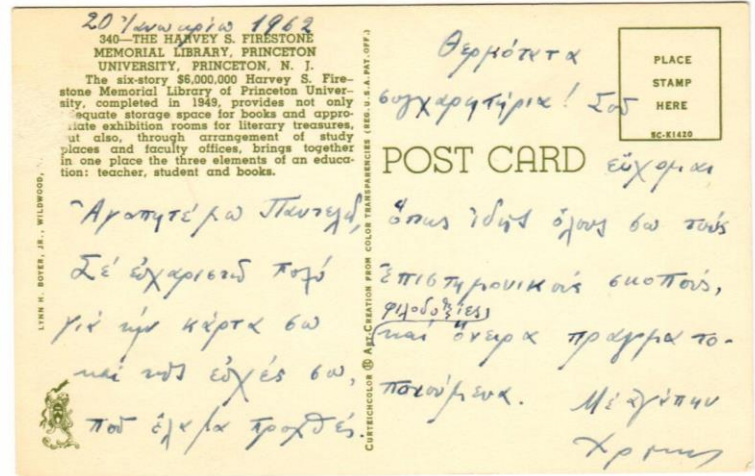
«Επί πλέον έχω αναλάβη μερικές ερευνητικής φύσεως υποχρεώσεις και φυσικά πρέπει να τις τελειώσω. Το πότε όμως θα τις τελειώσω δεν μπορώ να το προβλέψω. Οι άνθρωποι εδώ με έχουν βοηθήσει, όσο δεν φαντάζεται κανείς. Δεν μπορώ δε να τους αφήσω στη μέση.

Λοιπόν αν και με συγκινεί βαθύτατα η πρότασις σας, αν και με τιμά εξαιρετικά, με λύπη μου σας γράφω ότι δεν δύναμαι να ανταποκριθώ σε αυτήν.

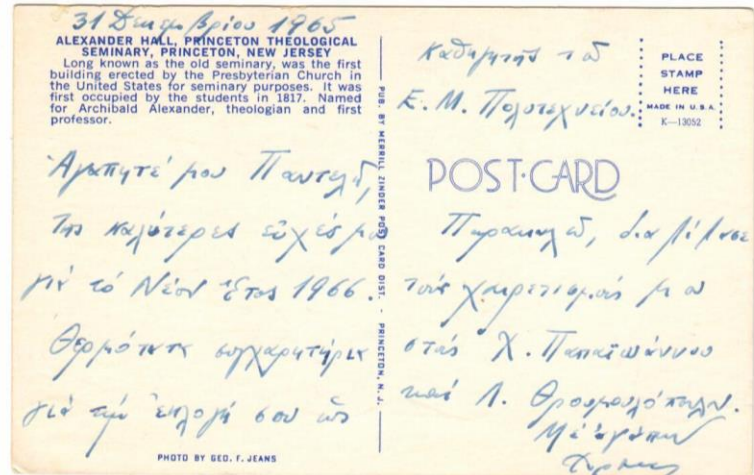
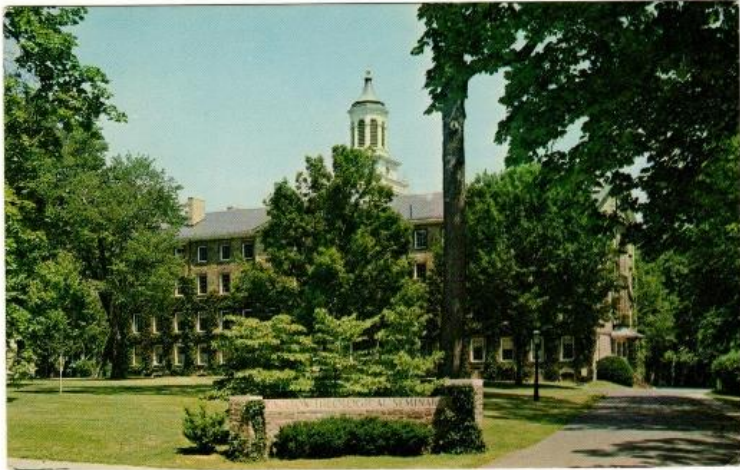
Το πρόβλημα που αντιμετωπίζεται στην Ελλάδα, δηλαδή την αντικατάσταση των απερχομένων με νέους, το αντιμετωπίζουν και εδώ. Π.χ. προ τριετίας παρητήθη ο Professor E. Artin από το Department of Mathematics του Princeton University. Λοιπόν, μέχρι στιγμής δεν έχουν βρη αντικαταστάτην του εδώ και το Department περιορίζετε σε έναν Assistant Professor για το βασικό μάθημα της αλγεύρας»

Αρχείο Ιωάννας Φερεντίνου-Νικολακοπούλου

Επιστολές προς Παντελή Ρόκο (1962 και 1965)



Αρχείο Παντελή Ρόκου



Σεπτέμβριος 1962 – Ιούνιος 1976: Senior research mathematician, IAS



- Τίτλος ομότιμος ενός καθηγητή
- Μισθός λιγότερο του μισού μισθού ενός καθηγητή
- Καθόλου διδακτικά καθήκοντα

Βραβείο Veblen

Βραβείο Veblen για τη Γεωμετρία (1964)

– «Σχετικά με τους στερεούς τόρους» (1957)

– «Σχετικά με το Λήμμα του Dehn και την ασφαιρικότητα των κόμβων» (1957)

Επιστολή προς Κριτικό

“Σεβαστέ μου Κύριε Καθηγητά,

Μετα συγκινήσεως μεγάλης έλαβον την 12^{ην} Σεπτεμβρίου επιστολήν από την American Mathematical Society συμφώνως με την οποίαν μου απονέμεται το καθιερωθέν διά πρώτην φοράν βραβείον προς τιμήν του μεγάλου γεωμέτρη Oswald Veblen. Το βραβείον απονέμεται επίσης και εις τον καθηγητήν Raoul Bott. Η βράβευσίς μου οφείλεται εις τα papers “On solid tori” και “On Dehn’s lemma and the asphericity of knots”.

*μετά φιλίας και
εξαιρετού ευγνωμοσύνης
Χ. Παπακυριακόπουλος”*

Βραβείο Veblen

AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY

JOHN W. GREEN
SECRETARY

UNIVERSITY OF CALIFORNIA
LOS ANGELES 24, CALIFORNIA

September 12, 1963

Professor C. D. §. Papakyriakopoulos
Department of Mathematics
Princeton University
Princeton, New Jersey

Dear Professor Papakyriakopoulos:

At its meeting in January 1963 the Council of the American Mathematical Society voted to establish a new prize to be known as the Veblen Prize in Geometry. This Prize was established in honor of Professor Oswald Veblen and in recognition of his contribution to the geometry and American mathematics. The fund was raised by a group of his former students and associates and was later doubled by Mrs. Veblen. In awarding this Prize, geometry is considered in a broad sense, and in particular topology is included. It is to be awarded first in 1964 and 1966 and thenceforth at five year intervals.

To select the first winner of the Veblen Prize in Geometry, President J. L. Doob of the Society appointed a committee consisting of Professor S. S. Chern, Professor R. H. Bing, and Professor Samuel Eilenberg. This committee found many worthy candidates for this first award - so many candidates, in fact, that it has been decided to make both the first and second awards of the Veblen Prize in January 1964. The winners as recommended by the Committee and approved by the Council are yourself and Professor Raoul Bott. Your papers on which the award was based are your London Mathematical Society Proceedings paper, On solid tori and your Annals of Mathematics papers On Dehn's lemma and the asphericity of knots, both of which appeared in 1957. Professor Bott's award is based on his two papers, The space of loops on a lie group, which appeared in the Michigan Mathematical Journal in 1958, and The stable homotopy of classical groups, which appeared in the Annals of Mathematics in 1959.

It is planned to present this award at the January 1964 meeting of the Society in Miami, Florida. It is customary for the winner, if he is able to attend and receive the Prize, to make a short fifteen or twenty minute talk on the subject matter of his prize winning memoir.

Συγχαρητήριες επιστολές από αρκετούς καθηγητές για τη βράβευσή του

Αντεπιστέλλον μέλος της Ακαδημίας Αθηνών

Εισήγηση κ. Παπαϊωάννου 1964



Αριθ. Πρωτ. 49518

Εν Αθήναις τῆ 15ῃ Σεπτεμβρίου 1964

Π ρ ο ς

Κόμ. κ. Χρήστου Παπακυριακόπουλου

PRINCETON UNIVERSITY

PRINCETON, NEW JERSEY

U.S.A

Ἀξιότιμε Κύριε,

Ἐχομεν τὴν τιμὴν νὰ ἀνακηρύξωμεν ἔμπν, ὅτι ἡ Ὀλομέλεια τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν κατὰ τὴν ἐπ' ἀριθμ. 833 τῆς 9ης Ἰουνίου 1964 συνεδρίῳ αὐτῆς ἐξελέξεν ἡμῖς Ἀντεπιστάλλον Μέλος τῆς Ἀκαδημίας ἐν τῇ τάξει τῶν Θετικῶν Ἐπιστημῶν. Ἡ ἐκλογή ἔμπν αὐτῆ ἀκυρώθη διὰ β. Διατάγματος ἐκδοθέντος τῇ 21ῃ Ἰουλίου 1964 καὶ δημοσιευθέντος τῇ 7ῃ Ἀυγούστου 1964 εἰς τὸ ἐπ' ἀριθμ. 341 (Τεύχος Γ') φύλλον τῆς ἑβδομαετίας τῆ Κυβερνήσεως.

Τὸ σίκατον δέλωμα τῆς Ἀκαδημίας, τὸ ὁποῖον παρηγγέλωθη ἤδη ὑπὸ τῆς Ἰακωβίνας, σέλωμεν ἀποστελεῖαι ἔμπν εὐθὺς ὡς ἤθελε τοῦτο ἐτοιμασοῦν.

Εὐχαίροντες ἔμπν, ἀξιότιμε κύριε, διὰ τὴν ἐκλογὴν ἔμπν ταύτην, διατελοῦμεν

Μετὰ τιμῆς ἑξαιρέτου

Ὁ Πρόεδρος

ΙΩΑΝΝΗΣ ΕΜΜΑΝΟΥΙΛ

Ὁ Γενικός Γραμματεὺς

ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΣ Κ. ΟΡΛΑΝΔΟΣ

Ἡ ἀνανοίνωση τῆς ἐκλογῆς
τοῦ Χρήστου Παπακυριακόπουλου
ὡς Ἀντεπιστέλλοντος Μέλους τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν.

Ἀπὸ το βιβλίο Ε. Σπανδάγου: «Χρῖστος Παπακυριακόπουλος, ο ερημίτης του Πρίνστον»

PRINCETON UNIVERSITY
PRINCETON, NEW JERSEY

Department of
MATHEMATICS

26 Σεπτεμβρίου 1964

ΑΡΧΙΒΙΑ ΑΘΗΝΩΝ
ΕΠΙΣΤΟΛΕΣ
708/10.10.64

Address reply to
POB 344
305 2nd
PRINCETON, N.J.

Προς τους κ.κ.
Ιωάννη Ζουζούνη
Πρόεδρο Ακαδημίας Αθηνών
Κωνσταντό Κ. Ψυχιάδη
Γενικό Γραμματέα Ακαδημίας Αθηνών

ΑΡΧΙΒΙΑ ΑΘΗΝΩΝ
149653
1.10.1964

ΑΡΧΙΒΙΑ ΑΘΗΝΩΝ
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
838
17/11/1964

Αξιότιμοι
Κύριε Πρόεδρε και Κύριε Γενικό Γραμματέα,

Μετά ευχαριστώ ως μεγάλου έχαβα την από 15ης
Σεπτεμβρίου επιστολήν Υμών, την ανακοινύσαν την εξαγωγή
μας ως Αντεπιστάμενος Μέλος της Ακαδημίας Αθηνών, εις
την τάξιν των Θετικών Επιστημών.

Η ως άνω εξαγωγή, μεγάλη τιμή και κατίστος έξι
περήφανος. Εκφράζω τις ευμοτίρας των έχρηστικόν,
προς την διαμέρισην της Ακαδημίας Αθηνών, διά της προσ-
εφορύνου έξι μεγάλου τιμήν, διατεταδ

Μετή τιμήν έξχαρείται
Χ. Παπακυριακόπουλος

Δ. Παπακυριακόπουλος

Ευχαριστήρια επιστολή του Χρίστου Παπακυριακόπουλου
προς τον Πρόεδρο και τον Γενικό Γραμματέα
της Ακαδημίας Αθηνών.

Επιστολή από παλιά συμφοιτήτρια και φίλη, Ιωάννα Φερεντίνου - Νικολακοπούλου

Αρχείο Ιωάννας Φερεντίνου-Νικολακοπούλου



Ιωάννα Φερεντίνου – Νικολακοπούλου
(1916 – 1991)

1935 – 1936: Σπουδές στο ΕΜΠ

1936 – 1940: Μαθηματικό τμήμα

1940 – 1945: Εργασία ως αναλογίστρια
Υπουργείο Εργασίας

1948 – 1953: Εξόριστη

1958-1975: Φροντιστήριο Ανωτάτης
Εκπαίδευσης

1964: Διδακτορική διατριβή

Συνολικά 11 εργασίες

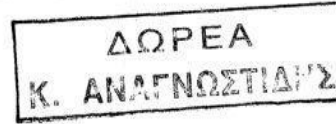
1975: Εργασία στο Εθνικό Ίδρυμα
Ερευνών

1981 – 1985: Θέση ειδικού επιστήμονα
Τμήμα Μαθηματικών Πανεπιστήμιο
Κρήτης

4B 3234

καταμην
κ.χ.δ. από μ.α

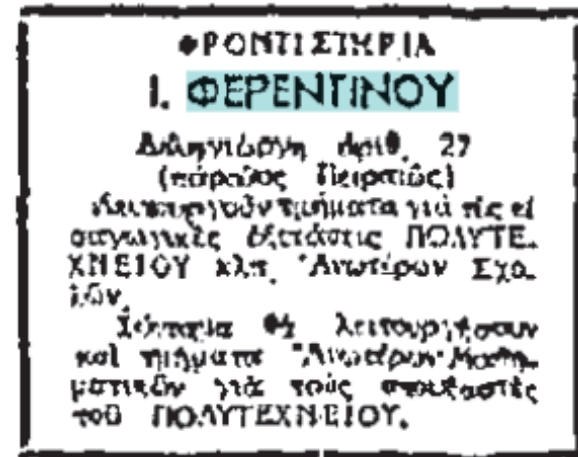
ΙΩΑΝΝΗΣ ΦΕΡΕΝΤΙΝΟΥ-ΝΙΚΟΛΑΚΟΠΟΥΛΟΥ
ΑΡΙΣΤΟΥΧΟΥ ΠΤΥΧΙΟΥΧΟΥ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



ΔΥΟ ΝΕΡΑ ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΑ ΤΩΝ ΕΝΤΟΠΙΣΜΩΝ
ΤΩΝ ΡΙΖΩΝ ΤΩΝ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ ΜΙΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ



ΔΙΑΤΡΙΒΗ ΕΠΙ ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΑ,
Υποβληθείσα εις την Φυσικομαθηματι-
κήν Σχολήν του Πανεπιστημίου Αθηνών



Κηφισιά 10/8/1964

Αγαυή Χρῖσ

Από ευχαριστίες σου έδωρα από λίγα χρόνια πριν
 νει γράμμα μου. Έχω ακούσει πολλά για τον
 εξαιρετικό εξέλιξή σου και όπως καταλαβαίνεις
 οι επιτυχίες σου γεμίζουν χαρά τον φίλο σου. Τα
 χρόνια σου σου έχουν μαθευμένο,

ωστόσο και στην μέση σου έχω μια
 όλη την απόδοσή σου μαθητή και για την άσκηση
 σου από την Ακαδημία Αθηνών σου, σου έμαθε,
 σε εξέλιξη για αλευροδόξον μέγιστο.

Έτσι και διαδοχικά λίγα χρόνια για να μου
 παράμεθό σου για σίτημα εμένα του πρώτου σου μέ-
 σα και σε λίγα χρόνια σου υπέσχεσε από την εποχή
 σου ηρωίμαθε. Πρώτη φορά σου από τον δικό σου

μου χαρμάνι και νέα. Έτσι ήταν, από τότε που
 σπούδασα στην Αθήνα, είχα μάθει να ζυμώνω και
 εποχή ένα ωραίο ταξιδάκι. Ήταν τόσο μαγευτικό
 που δεν άποχε να το διακόψω και το απόλαυσα 4 1/2
 ολόκληρα χρόνια."

"Έχω ακούσει πολλά για την
 εξαιρετική εξέλιξή σου και όπως
 καταλαβαίνεις οι επιτυχίες σου
 γεμίζουν χαρά τους φίλους σου."

"Όπως ξέρεις, από τότε που
 βρισκόσουν στην Αθήνα, είχα
 κάμει εκείνη την εποχή ένα
 ωραίο ταξιδάκι. Ήταν τόσο
 μαγευτικό που δεν αποφάσιζα να
 το διακόψω και το απόλαυσα 4 1/2
 ολόκληρα χρόνια."

C. Papaynielopoulou
Princeton University
FINE HALL
PRINCETON, N.J.

VIA AIR MAIL



Κυρία Ι. Φερεντίνου-Νικολακοπούλου

Σ/ρα Μαθηματικών

Άγωνιών 10

ΚΗΦΗΣΙΑ

ATHENS - GREECE

AIR MAIL

VIA AIR MAIL

Ρομάτση, 5 Σεπτεμβρίου 1964

Αγαπητέ Νάνο,

Το πρώτο βω ως 8/8 με έφτιασε χροιά. Πρό-
καιρος ήξε ως από Σεπτεμβρίου ως στο Σέβτιον ως Ε.Μ.Ε.,
ήδη όμως δώ ή έφτιασε νέκ ως. Σέ εσχιστοώ παρό για τί
ανάτοπε τώ Σεπτεμβρίου ως. Χάρηκα ιδιαίτερα ότι ξανά
χάβει από μαθηματικών ως βρέχεται και έρωνας. Σώ
είχαρε όπω από συνεχίσεσ απερίσπαστη και όπω ιδώσ
όχι ως τώ ^{πιστομολογικά} ένωσεσ προαφροστομολογικά.

Τώρα δι' ως γράφω και έρω τί δικά βω, από
ως 1948 μέχρι σήμερα.

Τώ Σεπτεμβρίου 1949 έφτιασε από από Αθήνα, για
σπουδές έδω στο Ρομάτση. Τώ Φεβρουάριον 1950 ένωσεσ
στην κα' επιστρέφω από Αθήνα, διότι ή Μάτση βω έρ-
ρώσεσ από καρδίο. Πέθανε τώ Ιούλιον 1950.

Από Ιουλίου 1950 μέχρι Οκτωβρίου 1952
έρωσεσ από Αθήνα. ήξε βίσεσε με από έρωσεσ.

2
Τὸν Νοέμβριον 1952 ἀνεχώρησα μὲν δαίτηρα,
γράφω ἀπὸ ἡμῶν Ἀθῶν, μὲν ἐδῶ πρὸς Princeton. Ἀπὸ τοῦ
Βρισηνοῦ ἐδῶ, 12 ἡμέρας χροῖμα.

Ἀπὸ Νοεμβρίου 1952 μέχρι Ἰανουαρίου 1955 ἤμουν
ἐν Department of Mathematics τῆς Princeton University.
ὡς Visiting Fellow.

Τὸν Ἰούλιον 1954 ἐπέθανε ἡ Γαριὰ μου, ^{ἐν Ἀθῶν} Μητέρα
τῆς Μητέρας μου. Ἦταν τὸ τελευταῖον μέλος τῆς οἰκογένειάς
μου. Ἐκτοτε δὲν ἔχω οἰκογένειαν.

Τὸ ἔργον τῶν 1954 ^{ἐπέβη} (ἐργαστήρια ἐδῶ ἐν Princeton
ἐν τῇ ἐκείνῃ ἡμέρᾳ μου. Συμπεριέλαβε ἐν Annals of
Mathematics τῶν Σεπτεμβρίου τῶν 1955. Ἐν ἔχῃ ἐν ἑνὶ
τοῦ μὲν ἐν τῷ ἐν ἑνὶ.

Ἀπὸ Ἰανουαρίου 1955 μέχρι Σεπτεμβρίου 1958 ἤμουν
Member τῆς Institute for Advanced Study ἐν Princeton.

Τὸ ἔργον τῶν 1955 ἐπεξεργαστικὸν ἐδῶ ἐν
ἡμέρᾳ μου On solid tori. Συμπεριέλαβε ἐν Proceedings of

“Τον Ιούλιον 1954
επέθανε η Γιαγιά μου
στην Αθήνα, Μητέρα της
Μητέρας μου. Ἦτανε το
τελευταίο μέλος της
οικογένειάς μου. Ἐκτοτε
δεν ἔχω οἰκογένειαν.”

of the London Mathematical Society in April
 1957. Έιναι η μία από τις δύο εργασίες που δημοσιεύθηκαν
 με το βραβείο Veblen. Σήμερα έχω αυτό που θα ήθελα
 να είναι.

Την άνοιξη του 1956 επέζησα τέτατα είδη από
 εργασίες μου On the ends of the fundamental groups of
 3-manifolds with boundary. Δημοσιεύθηκε στο Commentarii
 Mathematici Helvetici το φθινόπωρο του 1957. Σήμερα
 έχω αυτό που θα ήθελα να είναι.

Το φθινόπωρο του 1956 επέζησα τέτατα είδη από
 εργασίες μου On Dehn's lemma and the asphericity of knots
 Δημοσιεύθηκε στο Annals of Mathematics τον Ιούνιο του 1957
 Είναι η εργασία που είχα για την οποία, κυρίως, έπαιξα το
 βραβείο Veblen. Σήμερα έχω αυτό που θα ήθελα να είναι.

Το χειμώνα του 1958 ήχα ^{κατόν προσηγορεύσεις} μία εργασία που
 έπαιξα στην Annual Meeting της American Mathematical
 Society. Σήμερα έχω αυτό που θα ήθελα να είναι.

Ηταν μίας από τις δέκα δώδεκα ελληνικές μέλη του
 σώματος, από το International Congress of Mathematicians
 (14-21 August 1958) στο Ήδελφουορντ, Μερσίμπα Βρετανίας
 Δεν μετόρεκα να πω. Τη στιγμή που εδιδόσε ο μαθητής
 Professor J. H. C. Whitehead τω Oxford, England. Τω
 στέλιω μίας φετοτοχίας τω σφύλακ μω.

Από Σεπτεμβρίου 1958 εφικε ετω Department
 of Mathematics τω Princeton University, σωρεχέροντα τω
 έρευνα μω.

Από Σεπτεμβρίου 1958 - Σεπτεμβρίου 1959 εφικε
 Research Associate. Από Σεπτεμβρίου 1959 - Σεπτεμβρίου 1962
 εφικε Senior Research Associate. Από Σεπτεμβρίου 1962 -
 σήμερα εφικε Senior Research Mathematician. Ο τίτλω μω
 εφικε εφικε ενός Professor, εφικε εφικε ο μωδω μω εφικε
 γλυτότερος τω μωδω (ένω Professor, σίωτι κωφω μόνω
 έρευνα μωι οτω εφικε εφικε. Δύ κωφω κωδω μω δωδωκω-
 λω, εφικε εφικε κωδω εφικε κωδω, εφικε εφικε μω

5
φρευνας μου κατά την βούλησή μου.

Σου στέλνω ανάτοπη των εργασιών μου που δημοσιεύθηκαν από το 1958 μέχρι σήμερα. Έτσι δεν χρεώνεται τίποτα σου όπως αναφέρω.

Από Ιανουάριο 1963 γράφω ένα βιβλίο, On three-dimensional manifolds. Θέλω ένα research book

Τον Ιανουάριο 1964 πήρα το βραβείο Veblen της Γεωμετρίας, από την American Mathematical Society. Σωματίζεται να βρω το γράμμα και την μετέφραση (του) σου. Ήδη σου στέλνω.

Και μία μου τελευταία πληροφορία, τον περασμένο Ιούλιο έγινα 50 ετών..

Αγαπητή Λίτσα, παρακαλώ διαβίβασε τα σέβη μου εις την Μητέρα σου, χαριτωμένα παιδιά στην Σοφία σου και στις γριές σου, καθώς και στην αδελφή σου. Σας εύχομαι όπως πάντα όλα καλά να είναι προγραμματισμένα, ως μητέρα, σύζυγος και ετεροίμοι.

Με αγάπη φίλου

Χρυσή

“Και μία τελευταία πληροφορία, τον περασμένο Ιούλιο έγινα 50 ετών”



Αρχείο Ιωάννας Φερεντίνου-Νικολακοπούλου



Αρχείο Ιωάννας Φερεντίνου-Νικολακοπούλου

Αναγνώριση

Πρόσκληση στο Διεθνές Συνέδριο των Μαθηματικών
(Αύγουστος 1966, Μόσχα)

Δεν πήγε γιατί ήταν απασχολημένος με τη συγγραφή ενός βιβλίου για τις τρισδιάστατες πολλαπλότητες (δεν ολοκληρώθηκε)

Επίτιμο μέλος Ένωσης Μαθηματικών του Καναδά

Επίτιμος Διδάκτορας από το 1964 πολλών πανεπιστημίων των Η.Π.Α. και της Ευρώπης

Από το βιβλίο Ε. Σπανδάγου: «Χρίστος Παπακυριακόπουλος, ο ερημίτης του Πρίνστον»

Ενδιαφέρον για τους νεαρούς συναδέλφους

Joan Birman:

- Τότε διδάκτωρ στο Ινστιτούτο Κουράντ της Νέας Υόρκης
- Τον συνάντησε σε ένα σεμινάριο και ζήτησε **υποδείξεις για το τι να διαβάσει** (επιθυμούσε να εργαστεί στις τρισδιάστατες πολλαπλότητες)
- Μια εβδομάδα αργότερα ο Πάπα είχε έτοιμο ένα **βιβλιογραφικό κατάλογο δώδεκα σελίδων**
- Αργότερα διάσημη στη θεωρία κόμβων/πλεξίδων και **τοπολογία**
(ομότιμη καθηγήτρια στο Πανεπιστήμιο Κολούμπια)

Από το βιβλίο του G. G. Szpiro "Η "εικασία" του Πουνακαρέ"

Ενδιαφέρον για τους νεαρούς συναδέλφους

14 Ιανουαρίου 1968: Επιστολή προς Δ. Κάππο

«Αλλ' όμως, αν και δεν θα τον αναλάβω ως μαθητήν μου, θα είμαι πρόθυμος να του δώσω γενικές συμβουλές. Δηλαδή τι να κάνει και τι να μην κάνει.»

Δημοσιεύσεις - Συνέχεια

Papakyriakopoulos, C.D., The theory of three-dimensional manifolds since 1950. *Proc. Int. Congr. Math.*, 1958, 433-440 (1960).

Papakyriakopoulos, C.D., A reduction of the Poincaré conjecture to other conjectures. *Bull. Am. Math. Soc.*, 68 (1962) 360-366.

Papakyriakopoulos, C.D., A reduction of the Poincaré conjecture to other conjectures. II. *Bull. Am. Math. Soc.*, 69 (1963) 399-401.

Papakyriakopoulos, C., A reduction of the Poincaré conjecture to group theoretic conjectures. *Ann. Math.*, II. Ser., 77 (1963) 250-305.

Papakyriakopoulos, C., Attaching 2-dimensional cells to a complex. *Ann. Math.*, II. Ser., 78 (1963) 205-222.

Papakyriakopoulos, C.D., Planar regular coverings of orientable closed surfaces. *Knots, Groups, 3-Manif.; Pap. Dedic. Mem. R.H. Fox*, 1975, 261-292

Ζωή στο Princeton

Αυστηρό καθημερινό πρόγραμμα:

- 8:00 Πρωινό στο εστιατόριο της σχολής
- 8:30 Έναρξη εργασίας στο γραφείο του
- 12:00 Μεσημεριανό
- 12:30 Επιστροφή στο γραφείο
- 15:30 Τσάι στην καφετέρια της σχολής
- 16:00 Μικρή βόλτα στην πόλη του Princeton
- 19:00 Επιστροφή στο γραφείο

*«Δεν έχω ούτε διδακτικά ούτε διοικητικά καθήκοντα, τα οποία και δεν συμπαθώ καθόλου. Από αυτής της απόψεως είμαι πολύ ευτυχής»
(Επιστολή προς Δ. Κάππο, Ιανουάριος 1968)*

Από το βιβλίο Ε. Σπανδάγου: «Χρίστος Παπακυριακόπουλος, ο ερημίτης του Πρίνστον»

Ζωή στο Princeton

1968: Υπογραφή ενός μανιφέστου κατά της δικτατορίας
– Πρόβλημα ανανέωσης του διαβατηρίου

1972: Θάνατος Ralph Fox (σε ηλικία 60 ετών)

1974: Έκδοση διαβατηρίου

Δεν θέλησε να πάρει την αμερικανική υπηκοότητα

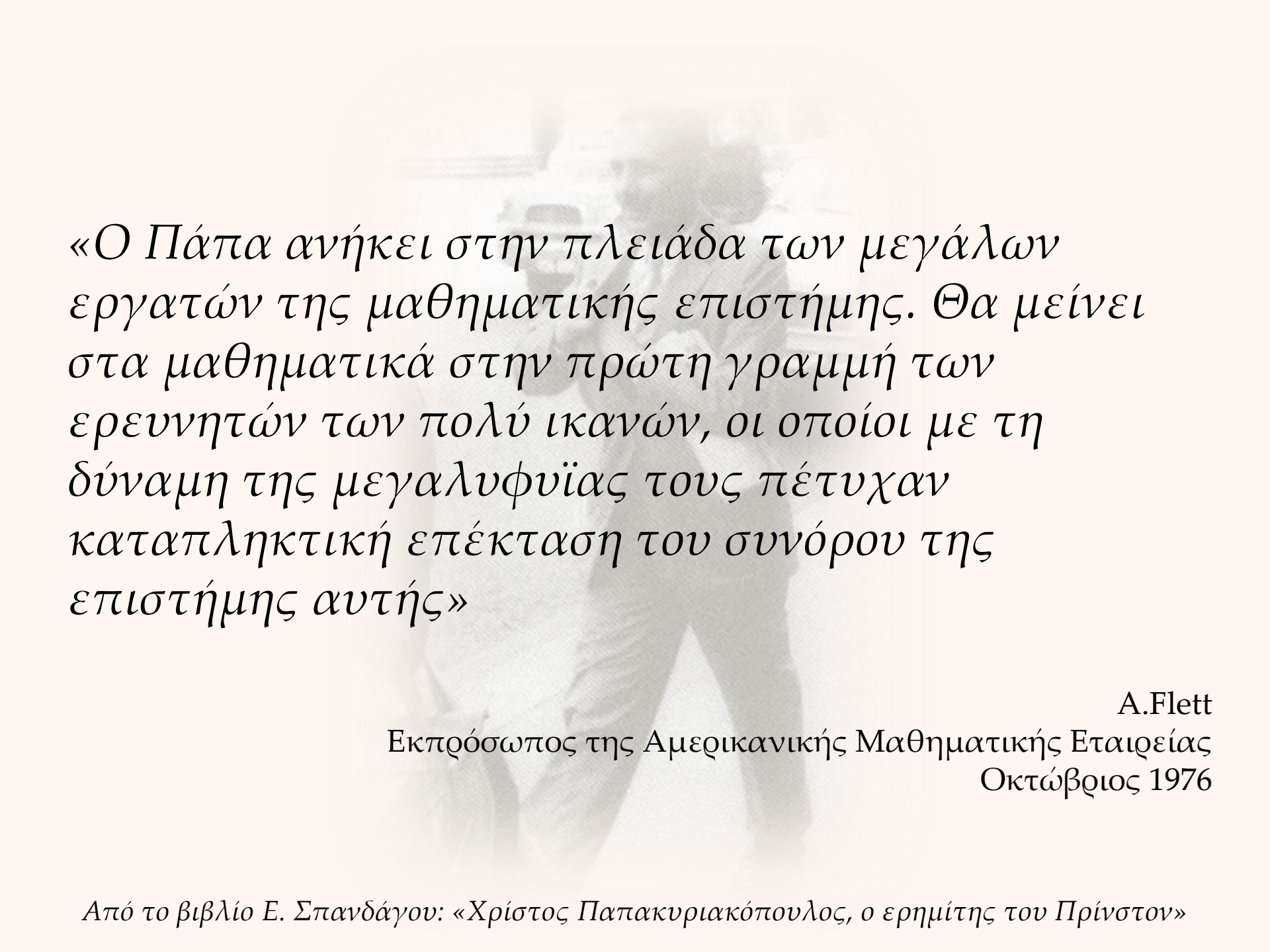
1976: Προγραμματισμός επίσκεψης στην Ελλάδα

“The year 1957, when Papakyriakopoulos got his three big theorems, is a landmark in the history of 3-dimensional topology. Only little, fragmentary knowledge was available before, and plenty of things became accessible afterwards. One can very safely say that there has not been any progress in the field of 3-manifolds, after 1957, which did not make use, in one form or other, of Papakyriakopoulos’s work.

...

In this light Papakyriakopoulos’s work looks even deeper and more impressive today than it looked in 1957, and we appreciate even more the three jewels he has left us.”

V. Poenaru



«Ο Πάπα ανήκει στην πλειάδα των μεγάλων εργατών της μαθηματικής επιστήμης. Θα μείνει στα μαθηματικά στην πρώτη γραμμή των ερευνητών των πολύ ικανών, οι οποίοι με τη δύναμη της μεγαλυφυΐας τους πέτυχαν καταπληκτική επέκταση του συνόρου της επιστήμης αυτής»

A.Flett
Εκπρόσωπος της Αμερικανικής Μαθηματικής Εταιρείας
Οκτώβριος 1976

Από το βιβλίο Ε. Σπανδάγου: «Χρίστος Παπακυριακόπουλος, ο ερημίτης του Πρίνστον»

Ασπασία Παπαθανασίου

Ηλεκτρονική επιστολή προς Μιχάλη Λουλάκη

“Ήταν συμμαθητής και φίλοι με τον άντρα μου Κώστα Μαυρομμάτη. Την επιστημονική του αξία την ξέρετε εσείς καλλίτερα από μένα. Πολύ πριν πάει στην Αμερική κάθε μέρα ερχότανε σπίτι για να πει στον άντρα μου ποιο μαθηματικό πρόβλημα τον απασχολεί κτλ. Θυμάμαι ότι εργαζότανε ακούγοντας μουσική Βάγκνερ. Στο τελευταίο του γράμμα έγραφε στον άντρα μου να το κρατήσει γιατί θα το χρειαστεί. Ποτέ δεν μας έγραψε ότι ήταν άρρωστος. Στη διάρκεια της δικτατορίας τον συνάντησα στη Νέα Υόρκη και μου είχε πει ότι σε καμιά περίπτωση δεν τον ενδιέφερε να γίνει καθηγητής σε πανεπιστήμιο γιατί αυτό θα τον έβγαζε από τον κύκλο της έρευνας. Θα ήταν αναγκασμένος να κάνει μαθήματα -διαλέξεις κτλ. όταν έλυσε κάποιο πρόβλημα που κανένας μέχρι τότε δεν το είχε κατορθώσει, το έστειλε στον άντρα μου και ήταν πανευτυχής. Κάποτε όταν πέρασε από την Αθήνα ο Καραθεωδωρή τον συνάντησε ο Χρήστος και ο Καραθεωδωρή είπε στους δασκάλους του Χρήστου να τον προσέξουν αυτόν το νέο. Ήταν σαν άνθρωπος έξοχος ειλικρινής.

Και κάτι που θυμήθηκα τώρα. Όταν ήταν σπουδαστής στο Πολυτεχνείο όταν έδινε εξετάσεις πήγαινε και ο άντρας μου για να τον συγκρατεί γιατί ήταν ικανός να διακόψει το καθηγητή και να του πει ότι αυτά που λέει δεν είναι σωστά. Ήταν ένας ανεπανάληπτος άνθρωπος.

Ασπασία Παπαθανασίου”

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΕΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΑΔΡΙΑΝΗ ΝΙΚΟΛΑΚΟΠΟΥΛΟΥ

Γιατί εμείς;

**Ο ΧΡΗΣΤΟΣ ΠΑΠΑΚΥΡΙΑΚΟΠΟΥΛΟΣ
ΚΑΙ ΤΟ
ΛΗΜΜΑ ΤΟΥ ΔΕΗΝ**

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

ΣΟΦΙΑ ΛΑΜΠΡΟΠΟΥΛΟΥ
ΑΝ. ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ Ε.Μ.Π. (Επιβλέπουσα)

ΣΠΥΡΟΣ ΑΡΓΥΡΟΣ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Ε.Μ.Π.

ΣΤΑΥΡΟΣ ΠΑΠΑΣΤΑΥΡΙΔΗΣ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Ε.Κ.Π.Α.

ΙΟΥΛΙΟΣ 2010

Βιβλιογραφία

- ΣΠΑΝΔΑΓΟΣ Ε., Χρίστος Παπακυριακόπουλος, ο Ερημίτης του Πρίνστον, Αθήνα, Εκδ. Αίθρα, 2008.
- Αρχείο Ιωάννας Φερεντίνου-Νικολακοπούλου
- Αρχείο Παντελή Ρόκου
- Αρχείο Ασπασίας Παπαθανασίου
- Ελληνικό Λογοτεχνικό και Ιστορικό Αρχείο (Ε.Λ.Ι.Α.)
- SZPIRO G. G., Η “εικασία του Πουανκαρέ”, Αθήνα, Εκδ. Τραυλός, 2007.
- ROLFSEN D., Knots and Links, AMS Chelsea Publishing, Providence, Rhode Island, 2000.
- POENARU V., “The three big problems of Papakyriakopoulos”, Bulletin of the Greek Mathematical Society, vol.18, 1977, σελ. 1-7.
- STALLINGS J., Group Theory and three-dimensional manifolds, Yale University Press, New Haven and London, 1971.

Ευχαριστίες

- Παναγιώτης Ψαρράκος
- Μιχάλης Λουλάκης
- Χρήστος Τσουνιάς
- Κυριακή Κυριάκη
- Αργύρης Φελλούρης
- Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία
- Ιωάννης Διαμαντής
- Στάθης Αντωνίου